同文算指通編

二

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

同文算指通編

(二)

利瑪竇授
李之藻演

同文算指通編卷五

雜和較乘法第八

諸物互和未易縷析必取互乘之數較餘為用以減除多得一數以推其他而纖悉見矣若條縷多者別立正負為算別同異以分加減總歸于去煩就簡故率除首列同乘減盡一數而其餘則名類相同者減之相異者加之其最繁者亦視首列所主為用如首以同名減則其下同減而異併首以異名減則其下異減而同併大要與盈縮相近而又濟盈朒之窮舊名方程用前疊借互徵亦同頭緒多者

用此爲便

問鼎三簋二共重一百五十五兩又鼎四簋五共重二百六十五兩鼎簋各重若干將二項左右對列各作三段遞互徧乘之又相對較之視其餘數以少除多而互得其重如以簋乘則反得鼎重以鼎乘則反得簋重且如以右鼎徧乘左行鼎四得一十二簋五得一十五重二百六十五得七百九十五以左鼎徧乘右行鼎三得一十二簋二得八重一百五十五得六百二十各得數相減兩鼎數相等減盡不用兩簋數減餘七又兩重減餘一百七十五以少除多七爲法一百七十五爲實除得

奚重二十五兩以右中奚二乘之得五十兩以減右總餘一百零五兩亦以右鼎三除得每鼎重三十五兩

鼎三以乘左行得一十二奚二得八重一百五十五兩得六百二十

鼎四以乘右行得一十二奚五得一十五重二百六十五兩得七百九十五

右法若以奚偏乘其以七為法亦同所得減餘之實凡二百四十五以法除之先得每鼎三十五兩以右鼎三乘之得共鼎一百五兩以減右行重數餘五十兩為二奚重數若以左鼎四乘之得共鼎一百四十兩以減左行重數餘一百二十五兩為五奚重數

問紗三匹絹四匹共價四兩八錢又紗七匹絹二匹共價六兩八錢紗絹各價若干亦將二項左右列之各三段偏乘如以右紗偏乘左行紗七得二十一絹二得六價六兩八錢左紗偏乘右行紗三同上絹四得二十八價四兩八錢得三十三兩六錢各得數對減其兩紗減盡不用兩絹減餘二十二爲法兩總減餘一十三兩二錢爲實以法除實得絹每匹價六錢就以右絹四乘得共價二兩四錢以減右總價尚餘二兩四錢爲右紗三匹之價得每匹價八錢

紗三與左乘得二十一　絹四得二十八共四兩八錢得三十三兩六錢

紗七與右乘得絹二得六共六兩八錢得二十兩四錢二十一

右式若以絹偏乘其法同前但減餘之實一百七十六以法除之亦得八錢爲匹紗之價以右紗三乘得二兩四錢就以減右總價餘二兩四錢爲四絹之價若以左紗七乘得五兩六錢就減左總價餘一兩二錢爲二絹之價

問筆三管換硯七箇貼硯價四百八十文別以硯三箇換筆九管貼筆價一百八十文筆硯各價幾文依前左右三行列之而以硯爲正筆爲負互乘得數却于正負

同名者對減異名者對加求之

硯正七　筆負三　負九　價正四百八十文　正一千四百四十

硯正三　正二十一　筆負九　負六十三　價負一百八十文　負一千二百六十

右硯正七乘左硯正二十一筆負六十三價負一千二百六十左硯正三亦乘右硯正同上筆負得九價正一千四百四十得數兩硯正同名減盡兩筆負同名減餘五十四爲法兩價正負異名加併得二千七百爲實以法除實得五十文爲一筆之價取右行筆負之三乘之得一百五十加入價正四百八十共六百三

十即右硯七箇總價以七除得九十文爲一硯之價若取一筆之價以左行筆負之九乘之得四百五十則當就內減總一百八十餘二百七十即左行三硯之價

若移置筆負爲法倫乘者得異併之實四千八百六十文以法除之五十四得九十文爲硯價

問七釧九釵共重九兩四錢釧重釵輕于中互換其一輕重適等不知各重若干此依互換者列位一係六釧一釵二係一釧八釵而中分其總重之數

釧六　釵一　四兩七錢

鈔一　鈔八　四十八　四兩七錢二十八兩二錢

先以右鈔六徧乘左行鈔八得四十八價四兩七錢得二十八兩二錢次以左鈔一徧乘右行鈔一價四兩七錢對減餘四十七者爲法餘二十三兩五錢者爲實以法除實得五錢爲一鈔數以減右行總重四兩七錢餘四兩二錢即六鈔共數六除之得每鈔重七錢

若移用右行鈔一左行鈔八爲法徧乘者得減餘之實三十二兩九錢以法除之四十七得七錢爲一鈔之重

問錢一萬文以買二馬一牛則不足半馬之價以買一馬二牛則餘半牛之價其牛馬價各若干此當以不足半馬者損爲一馬零二分馬之一及一牛以餘半牛者益之爲一馬及二牛零二分牛之一依法列之而以整帶零之法乘除之

馬一匹二之一牛一頭　價一萬文

馬一匹二之一　牛二頭二之二　三頭四之三　價一萬文　一萬五千

先以右馬徧乘左行馬一匹二之一牛三頭四之三價一萬五千次以左馬徧乘右行馬如上牛一價一萬文其兩馬減盡兩牛減餘二頭又

四之三爲法兩價減餘五千文爲實以法除實得一千八百一十八文又十一之二爲牛價以減石行總價一萬文餘八千一百八十一文又十一之九以馬一匹又二之一除之得五千四百五十四文又十一之六爲馬價

問甲乙二窖積粟不知各幾何但云取乙三之一與甲及取甲二之一與乙則各滿二千石其原窖幾何此零法照前列位互乘甲得六千乙得四千減餘二千爲實而以兩母相併得五爲法除之得四百以乙母之三乘之得一千二百石爲乙窖原粟餘八百石以甲母二乘

得一千六百石爲甲粟其必各以母乘者蓋前所除得只是子數必歸母見整故也

甲二之一　二千文　六千

乙三之一　二千文　四千

問治地不知畝數并工種麥三畦種菽四畦共三百零一工其菽麥數并工數各若干此爲雙頭鼠脚互乘取三四左右列之併得七爲法其下列工數

麥三畦　三百〇一工

菽四畦

若求菽數者右三乘總工九百以法除得一百二十九
三
爲菽工以四乘得畦五百一十六卽以右三除得麥工
數若求麥數者左四乘總工一千二以法除得一百七
百四
十二爲麥工以三乘得畦數如前亦以左四除得菽工
問犒夫不知數但云二人共飯三人共酒四人共肉總
用飯酒肉六十五分計夫若干列三位維乘二乘三得
六又三乘四得一十二又四乘二得八併得二十六爲法另用乘併之法二乘三得六以乘四得數以乘總分六十五得一千五百六十爲實

二人　三人　六十五分

以法除得六十為夫數　四人

問銀二百六十四兩買牛羊共一百牽每牛三頭價二十兩每羊四羠價一兩五錢內牛羊併價各若干以牛羊各價依子母左右列之互乘得數牛乘羊四兩五錢羊乘牛八十兩減餘七十五兩五錢為法另列總牽總價于下如求牛數者先以羊四乘總價一千五十六以羊價乘總牽一百減五十餘九百六為實以法除得一兩二錢為牛衰以右位牛三乘得三十六頭以二十乘得共價二百四十兩減總內減牛數餘為羊數

牛三　二十兩　一百韋　二百六十四兩
羊四　一兩五錢

若先求羊數者以牛三乘總價七百九十二減餘一千一百零八爲實亦以法除之得一十六爲羊衰以左位羊四乘得六十四拴以一十五乘得二十四兩就總內減羊亦得牛數

問用匠五千名包磚板隄共四千九百九十五方定限每日匠九名包板隄十一方匠七名包磚隄四方磚板提匠各若干以母子左右對列互乘得數九乘四得三十六七乘十

一得七
十七減餘四十一爲法另列總匠總隄于下

九名　十一方

七名　四方

五千名　四千九百九十五方

若求板隄數者左七乘總方三萬四千九百六十五四乘總匠二萬減餘一萬四千九百六十五爲實以法除之得三百六十五爲板衰以乘右九得板匠三千二百八十五名以乘十一得板隄四千一十五方于總內除板隄餘皆磚數或求磚隄數者右九乘總方四萬四千九百五十五十一乘總匠五萬五千減餘一萬零四十五爲實以法除之得二百四十五爲磚衰以乘

左七得磚匠一千七百一十五名以乘四得磚隄九百八十方于總內除磚隄餘即板數

問七人釀金不知總數亦不知各數第云甲乙共二十三兩七錢戊己庚共二十六兩一錢亦不知丙丁共數此七人各若干法先求隔母且以甲乙二列左戊己庚三列右取右衰三增一爲四（與後章求隔母法同）仍以右衰三乘之得數十二減半六又減去右衰三餘三爲右中率取左衰二乘總位七人得數十四內減右衰三餘十一爲左中率而各以其金數列其下

右三　三　二十六兩一錢
左二　一十一　二十三兩七錢
乃以左二徧乘右中三得六下下二十六兩
一錢得五十二兩二錢以右三徧乘
左中十一得三十三下二十三
兩七錢得七十一兩一錢　各得數相減中餘二十
七爲法下餘一十八兩九錢爲實以法除實得七錢爲
隔母之數別取甲乙共數二十三
兩七錢併入隔母七得二十
錢減半得一十二兩二錢爲甲金數內減差數七得十
一兩五錢爲乙金數其餘以七遞減各得兩十兩入錢
戊九兩四錢已入
兩七錢庚入兩

問竹筒一莖九節下大上細下三節共盛粟三升九合上四節共盛粟三升中二節不知數要見每節盛粟若干亦先求隔母數爲逐節相較之率取上三列左下四列右以右四加一爲五與右四相乘得數二十減半一十又減右四得六爲右中率別以左三乘總位九得數二十七內減右中率六得二十一爲左中率各以所共盛之數從之

右四　六　三升

左三　二十一　三升九合

乃以左三徧乘右中六得一十八下三得九分以右四徧乘左中二得八十四下三得九分以右四徧乘左十一合得一十五分六釐得數相減中餘六十六爲法下餘六十六爲隔母率別以左三共粟爲實三升九合以法六十六乘之得二百五十七分四釐以三除之因係三節故也得八十五分八釐是第八節數加母率六分六釐得九十二分四釐是第九節數若減母數六分六釐得七十九分二釐是第七節數其餘遞減母率第六節得七十二分六釐第五節得六十六分第四節得五十九分四釐第三節得五十二分八釐第二節得四十六分二釐第一節得三十九分六釐而仍以法除之第一節二釐第二節七合第三節八合第四節九合第五節一升第六節一升一合第七節一升二合第八節一升三合第九

節一升四合其以中餘六十六爲法下餘爲實以法除實者得一合爲隔母率以三除左總三升九合得一升三合爲第八節數以一合加減之亦得第七第九節數以次推之同前

問四雀六燕七鷦共集于衡重八錢九分又三雀五燕九鷦共重八錢一分又五雀七燕八鷦共重一兩六分三禽各重若干法置左右中三行三色及總重作四段列之先以右行五雀徧乘中行雀一十五燕二十五鷦四十五共重四兩零五分又以中行三雀徧乘右行雀一十五燕廿一鷦廿四共重三兩一錢八分對

減餘數另列于後圖右餘四燕廿一鷦共重入錢七分次以右行五雀偏乘左行雀二十燕三十鷦三十五共重四兩四錢五分以左行四雀偏乘右行雀二十燕廿八鷦三十二共重四兩二錢四分亦對減而以餘數另列于後

圖左餘二燕三鷦共重二錢一分

五雀 中二十五 左三十 七燕 中二十 左二十八 入鷦 中二十四 左三十三 共重二兩六分 中三兩二錢八分 左四兩二錢四分

三雀 二十五 五燕 二十五 九鷦 四十五 共重八錢一分 四兩五分

四雀 二十六燕三十 七鷦三十五 共重八錢九分 四兩四錢五分

再置前圖減餘而以右燕四偏乘左行左燕二亦乘右行

餘四燕　餘廿一鶴　四十三　共餘八錢七分　一兩七錢四分

餘二燕　餘三鶴　十二　共餘二錢一分　八錢四分

乘訖對減鶴餘三十爲法共重餘九錢爲實以法除實得三分爲一鶴之衡就以乘左餘鶴三得九分以減左重餘一錢二分爲二燕之衡卽知每燕重六分也　既得一鶴之衡以乘右餘鶴二十一及減右重亦得每燕六分乃于前左行原價八錢九分之內減去原鶴七二錢一分原燕六三錢六分各重數其餘三錢二分以雀四除之得每雀重八分　或于前右行中行原數內減乘皆同

問牛一頭馬二匹驢三匹皆載物七百斤上坡皆不能

上牛借馬一匹馬借驢一匹驢借牛一匹方上其三等力各若干列左中右三行以三畜及總物爲四段

正牛一	借馬一	○	七百斤
○	正馬二	借驢一	七百斤
借牛一	○負一	正驢三	七百斤一千四百斤

先右行正牛一偏乘左行得數又以左行借牛一偏乘右行得數乘借馬一一如乘物仍七百斤對減盡因左行中○無減乃倣右馬乘出之數爲立負馬一以俟另乘次以中行正馬二偏乘左行中下得數負一得二原驢得六復以下物一千四百斤

左行負一爲法偏乘中行中下得數正馬得二千一百驢得一千四百下物仍七百勿動以對減正負馬同名減盡正借驢異名相併得七爲法下物同名相減餘七百斤爲實以法除實得驢力一百斤取中行物實七百內減一驢之力餘六百即二馬之力以二除得每馬三百斤又于右行物實七百亦減一馬之力餘四百即一牛力右法或更置其位先求一馬之力

借驢一	正馬二	左六	七百二千一百
	〇		左減餘一千四百
	借馬一六	正牛一六	四千二百
			七百 左減餘三千五百
正驢三	〇負六六	借牛一一	七百 七百

先以右行借驢一徧乘左行中下得數亦卽以左行正驢三徧乘右行中下得數正馬得六下物二千一百因左馬空○乃如右馬乘得之數亦置負六相減三畜俱減盡下物餘一千四百次以中行借馬一徧乘左行中下得數而以左行負六徧乘中行中下借馬六正牛六下物四千二百牛數正借異名以相併得數七爲法下物中左同名相減得三千五百又以右下餘物減之得二千一百爲實以法除實得三百斤爲一馬之力然後取右行物實減二馬力餘一百見一驢之力又取左行物實減三驢之力餘四百見

一牛之力

問硃二斤黃三斤價錢二千四十文又黃五斤硃六斤價六百四十文硃三斤硃七斤價二千九百八十文三色各價若干依式左右中列之

硃二　黃三　九　○　價二千四十文　六千一百二十

○　黃五　四十五　硃六　價六百四十文

硃三　○負九　四十五　硃七　一十四　價二千九百八十文　五千九百六十

先以右行硃二徧乘左行得數硃得一十四價得五千九百六十次以

左行硃三徧乘右行得數黃得九價得六千一百二十文於左行〇位照右立負九而與右行相對三色俱減盡其價餘一百六十文又以中行黃五另列右徧乘左行硃七十價得八百以左行負九另列左徧乘右行硃得五十四價得五千七百六十

黃五 四十五 硃六 五十四 價六百四十五千七百六十

〇負九 四十五 硃餘一十四 七十 價餘一百六十八百

以相減黃與〇同數減盡硃係正負異名併得一百二十四爲法兩價同名相減餘四千九百六十爲實以法除實得四十文爲硃一斤之價乃於前圖中行原價內

減碌六斤價二百四十餘四百文悉黃價以黃五除之得每斤價八十文又于右行原價減黃三斤價二百四十餘一千八百文悉碌價以二除之得每斤九百文

問雁二雉三換穀五斗七升雁五兔四換穀一石雉三兔二換穀五斗三升每色每箇價穀若干先以右行雁二偏乘左行得數雁一十兔八穀二石亦以左行雁五偏乘右行雁一十雉十五穀二石八斗五升以相減雁盡雉係〇照立負十五兔無減仍八穀餘八斗五升

雁二　雉三　左一十五〇　穀五斗七升　左二石八斗五升

○雉三左四十右三右七石九
五　十　斗五升
雁五○負十五中四十五兔四右八中二十四穀一石右二減餘八斗五升
中乘二石五斗五升
另以中行雉三偏乘左行中下雉負四十五兔二十四穀二石五斗五升左
行雉負偏乘中行中下雉四十五兔三十穀七石九斗五升以相對減
盡兔係正負異併得五十四爲法價穀同名相減餘五
石四斗爲實以法除實得一斗爲一兔價就于中行穀
內減二兔價餘三斗三升悉雉價以中雉三除之得每
雉一斗一升即于右行穀內減三雉價餘二斗四升悉
雁價以右雁二除之得每雁一斗二升

問賣二牛五羊買十三豕餘價銀五兩賣一牛一豕買三羊適足賣六羊八豕買五牛不足三兩各價若干此以賣爲正買爲負餘爲正不足爲負而正爲主則同減異併負爲主則同併異減如前求之列左右中三行以右行牛二徧乘中行得數牛正二羊負六豕正二　其中行牛一亦徧乘右行牛二同正減盡羊正五與中行負六異名併得正十五價負十一豕負十三與中行豕正二係異名併得正十五價正五中空無減又右行牛二徧乘左行牛十羊十二豕十六價其正二羊十正負異名減盡羊正二十左行牛五亦徧乘右行牛十正負異名減盡羊正二十五與左正十二同名併得正三十七豕負六十五異減豕正餘得負四十九價正二十五異減左負餘負一十九　依法或減或

併訖

牛正二 中二 左二十 羊正五 中五左二十五 豕負十三 中十三左六去五 正五兩 中五左二十五

牛正一 右二 羊負三 右六 豕正一 右二 ○足

牛負五 右二十 羊正六 右十三 豕正八 右十六 負三兩 右六

乃別列減併之數仍分正負互乘之如後圖羊負十一為法以乘左行中下羊正得四百零七豕負得五百三十九價負得二十兩九錢 亦以羊正三十七而乘右行中下羊負同數異名減盡豕正得五百五十五與左豕負異名減餘一十六價正一十八兩五錢與左異減餘二兩四錢以減餘豕正一十六為法價正二百四十為實以法除實得豕價一兩五錢

就以右行豕正十五乘二十二兩五錢加正價五兩共二十七兩五錢俱羊價以十一除之得每羊二兩五錢復以前圖右行豕負十三乘豕價一兩五錢得數加入正價五兩共二十四兩五錢爲牛羊總價內減右行五羊之價一十二兩五錢餘一十二兩悉牛價以牛二除之得每牛六兩

羊負一十一　豕正一十五　五百五十五　價正五五錢　一十八兩

羊正三十七　四百七　豕負四十九　五百三十九　價負一十九　二十兩九錢

問買柰二梨四共錢四十文梨二桃七亦共錢四十文桃四榴七共錢三十文榴八柰一共錢二十四文各價

幾文列甲乙丙丁四行每行五段先以甲丁奈爲法彼此互乘以甲奈二偏乘丁（梨空桃空榴一十六錢四十六文）丁奈一偏乘甲（桃榴俱空錢仍四十文）因丁梨空當照甲立負四次當以乙丁奈互乘乙無奈取梨二偏與丁乘（梨負得八桃空榴三十二錢一十六文）丁亦以負梨四偏乘乙（梨入減盡桃二十八榴空錢一百六十文併得一百七十六文）因丁桃空亦照乙立負二十八次以丙桃偏乘丁（桃一百一十二榴一百二十八錢七百零四文）丁亦以桃負二十八偏乘丙桃一百一十二減盡榴一百九十六減餘六十八錢入百四十文減餘一百三十六相減訖取此餘榴六十八爲法餘錢一百三十六文爲實其甲乙與

丁互乘之數但求應立負數以爲乘母而減併之數皆置不用者也以法除實得二文爲榴價乃就丙價三十文內減七榴之價十四餘錢一十六文俱桃價以四除得每桃四文又于乙價四十文內減七桃之價二十八文餘錢一十二文俱梨價以二除得每梨六文又于甲價四十文內減四梨之價餘一十六文俱柰價以二除得每柰八文

甲柰二　梨四　〇　〇　四十文

乙〇　梨二　桃七二十八　〇　四十文

丙〇　〇　桃四　榴七一百九十六　三十文八百四十文

丁柰一　〇負四八〇負二十八　榴八一十六百六二十四文四十八文

問井不知深用甲繩二不及泉借乙繩一補之及泉用乙繩三則借丙一用丙繩四則借丁一用丁繩五則借戊一用戊繩六條則借甲一乃俱及泉其井深若干五等繩各長若干列五行以五繩之數爲母借繩一爲子先取甲二乘乙三得六以乘丙得二十四以乘丁得一百二十以乘戊得七百二十併入子一共七百二十一爲井深積列位

一　甲二　乙一　〇　〇　〇　七百二十一
二　〇　乙三　丙一　〇　〇　七百二十一
三　〇　〇　丙四　丁一　〇　七百二十一
四　〇　〇　〇　丁五　戊一　七百二十一
五　甲一　〇　負一　〇　負一　〇　負一　戊六　七百二十一

乃取五行爲主而以一二三四俱與相乘先以一行甲二爲法徧乘五行甲一得二戊六得十二積七百二十一得一千四百四十二五行甲一亦乘一行對減甲二得二減盡乙一得一因五行乙空立負一積七百二十一得本數以減五行仍餘七百二十一次以二行乙三爲法乘五行乙負一得負三戊正

十二得三十六積七百二五行乙負一亦乘二行乙三十一得二千一百六十三五行乙負一亦乘二行得三對減盡丙一得一因五行丙空立負一積七百二十得本數併入五行積二千一百六十三共二千八百八十四再以三行丙四爲法乘五行戊正三十六得一百四十四積二千八百八十四得一萬一千五百三十六五行丙負一亦乘三行丙四得四減盡丁空立負一積得本數與五行積一萬一千五百三十六對減餘一萬八百一十五又以四行丁五爲法乘五行丁負一得五戊正一百四十四得七百二十積一萬八百一十五得五萬四千七十五五行丁負一亦乘四行丁五得五減盡戊一得二十共七百二十一積得本數併入五行積五萬四千七十五得五萬四千七百九十六乃以最後所得求之以積五萬四千七百九十六爲實戊七百二

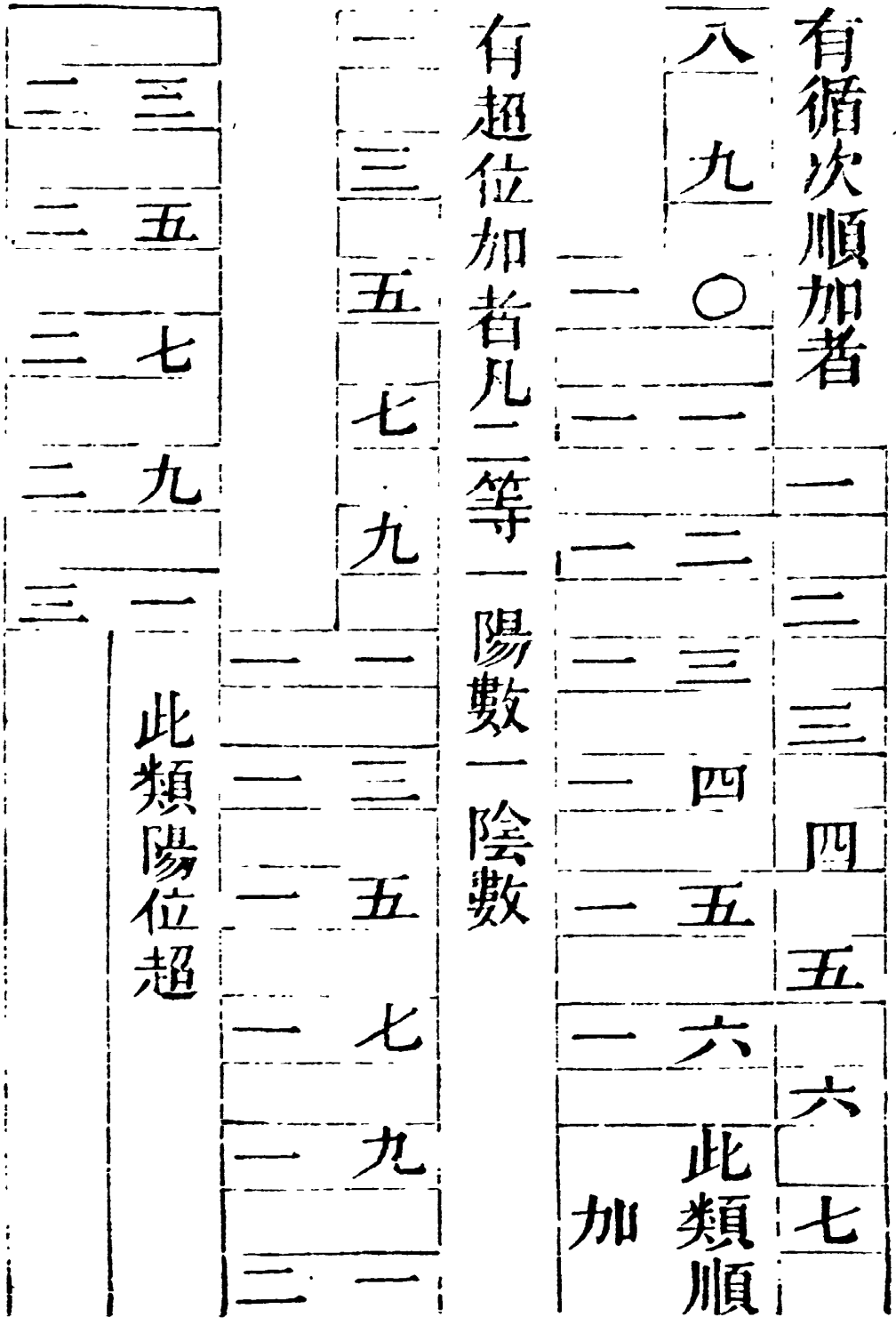
十一爲法除之得戊繩七尺六寸以減四行總積七百二十一餘六百四十五以丁五除之得一百二十九爲丁繩一丈二尺九寸以減三行積七百二十二後同餘五百九十二以丙四除之得丙繩一丈四尺八寸亦減二行積餘五百七十三以乙三除得乙繩一丈九尺一寸以減一行積餘五百三十以甲二除得甲繩二丈六尺五寸

遞加法第九

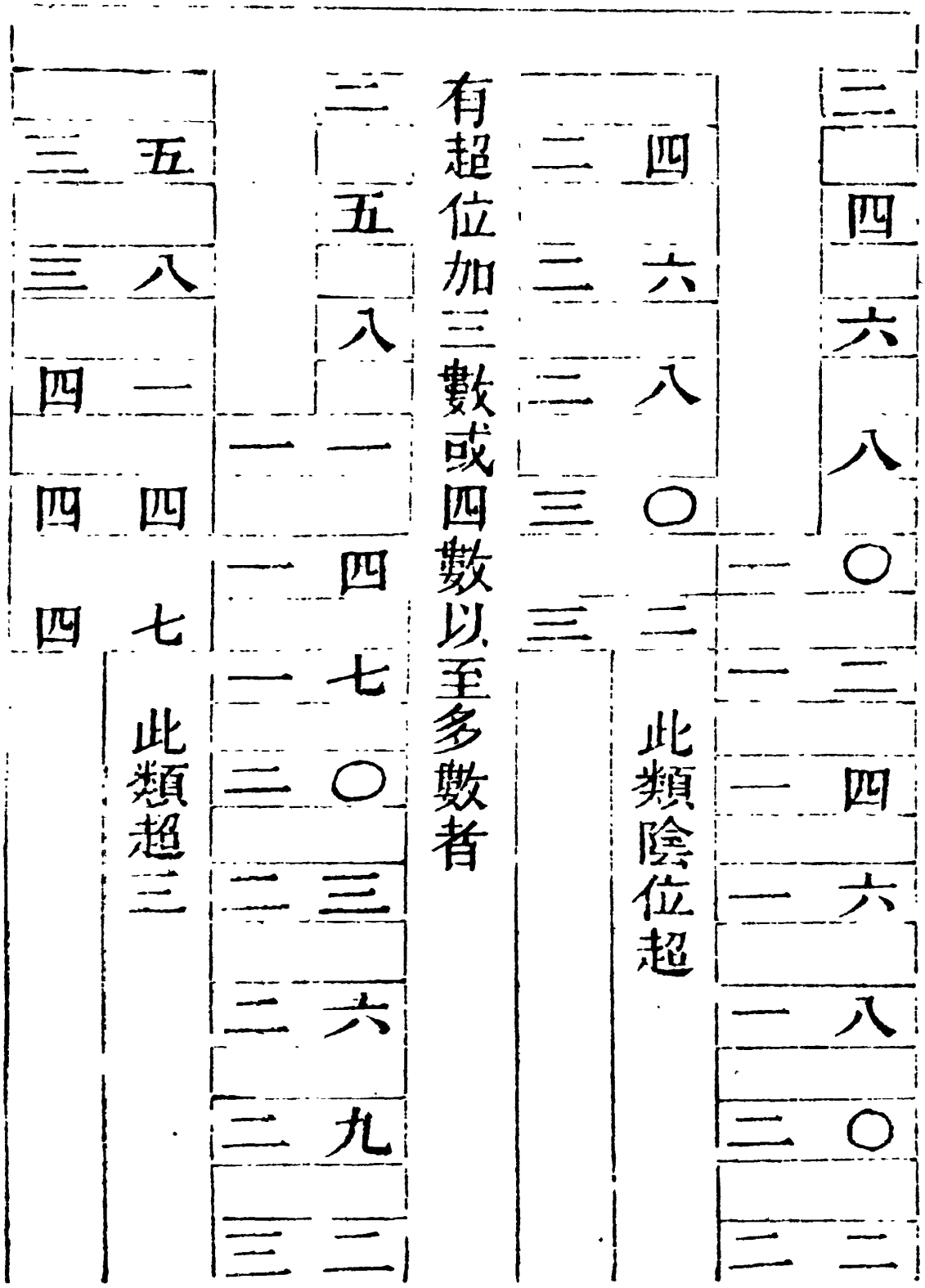
數始于微積于鉅漸加漸贖覽之茫如然有定數可推如人數物數有分有總但知一隅亦可例推也爲立法

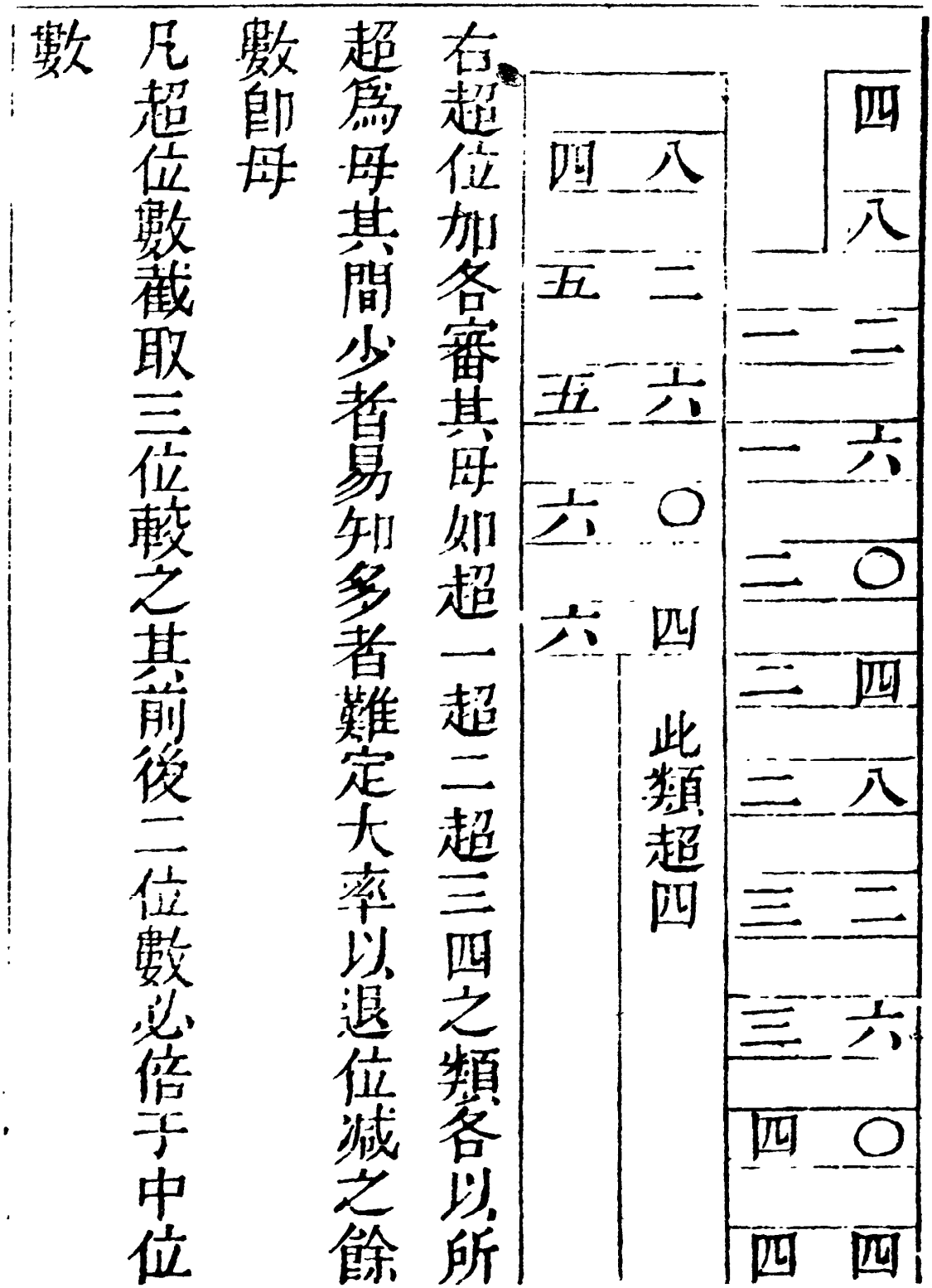
如左

有循次順加者



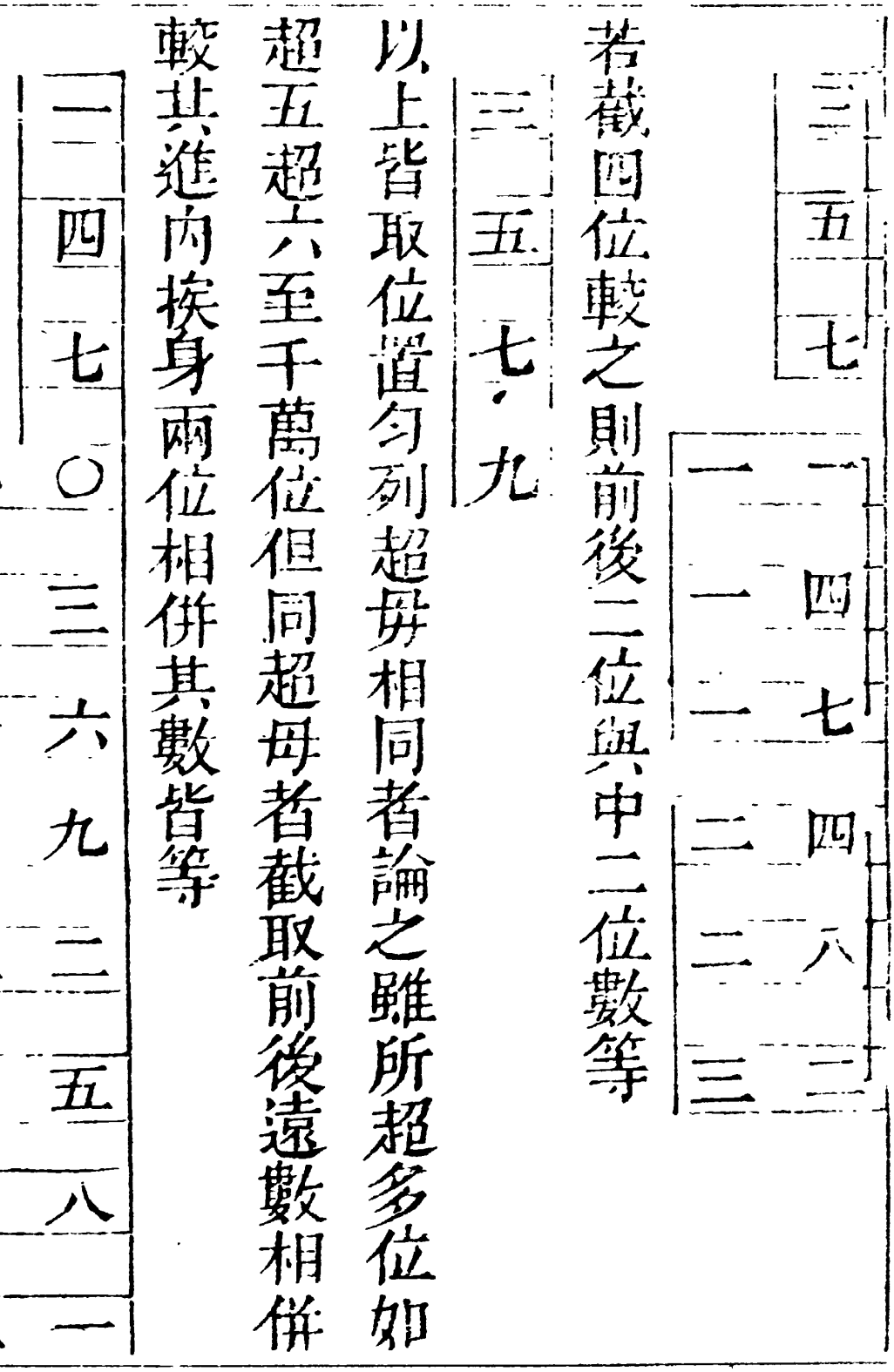
有超位加者凡二等一陽數一陰數


此類陰位超
有超位加三數或四數以至多數者
此類超三



右超位加各審其母如超一超二超三四之類各以所超爲母其間少者易知多者難定大率以退位減之餘數卽母

凡超位數截取三位較之其前後二位數必倍于中位數



若截四位較之則前後二位與中二位數等

以上皆取位置勻列超毋相同者論之雖所超多位如超五超六至千萬位但同超毋者截取前後遠數相併較其進內挨身兩位相併其數皆等

四　同前加三數
七
三

右凡加數以求總積之實不論累加超加及超二超三等但係遞加者只除首位單一不用外取次位與末位數併爲實其中間亦不拘幾位但察自前至後布位之數爲法乘之所得之數皆倍各位實積之數以減半得總數如右式以前四後三十七併之共四十一數係一十二位以一十二乘四十一得四百九十二減半爲二百四十六即其十二位之全數若以前四後十六併之

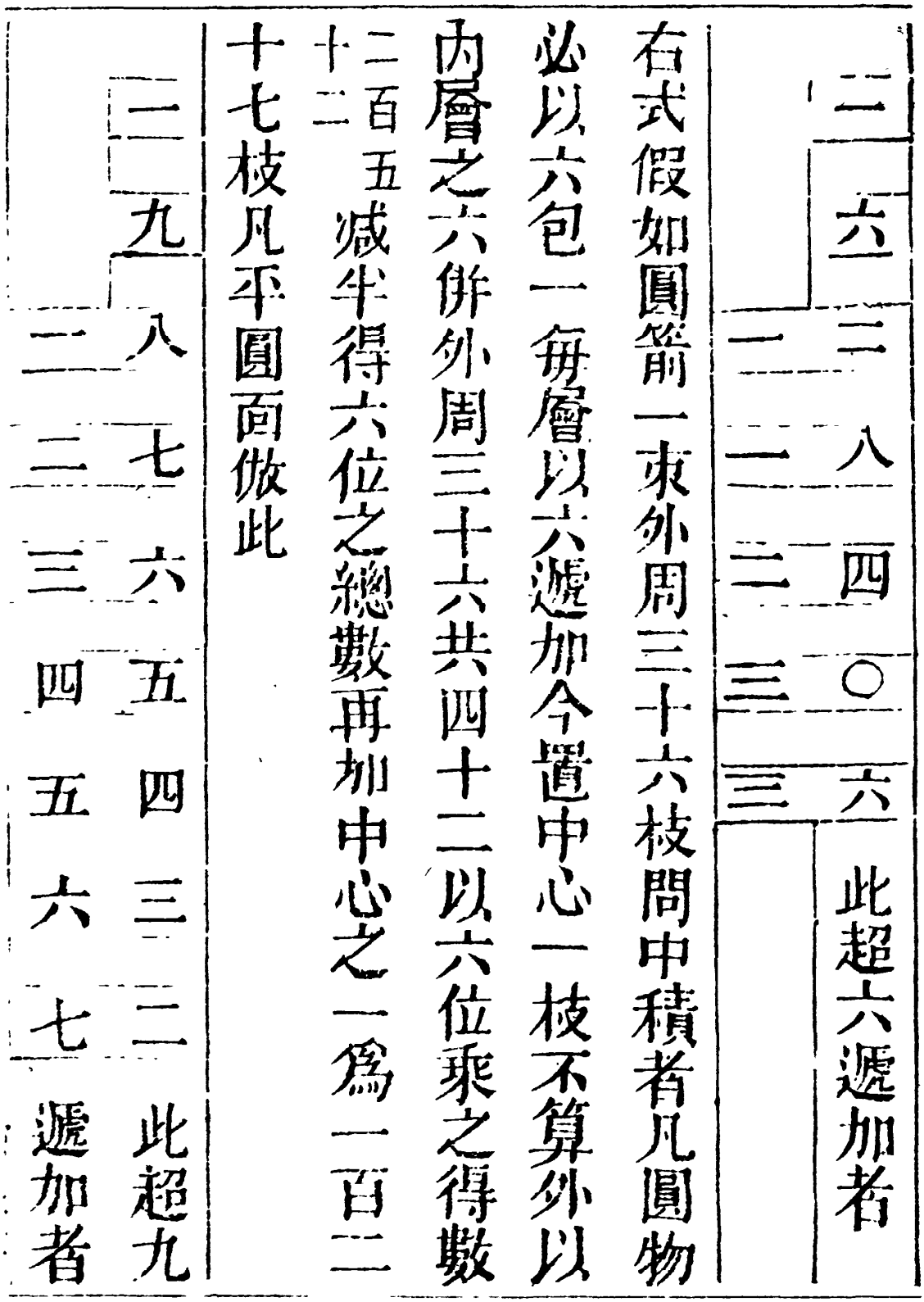
共二十係五位乘得一百減半得五十即五位全數也

如欲連首位算則再加一云

二	八	六	四	二	〇	八	六	四
		二	二	三	四	四	五	六

此超八遞加者

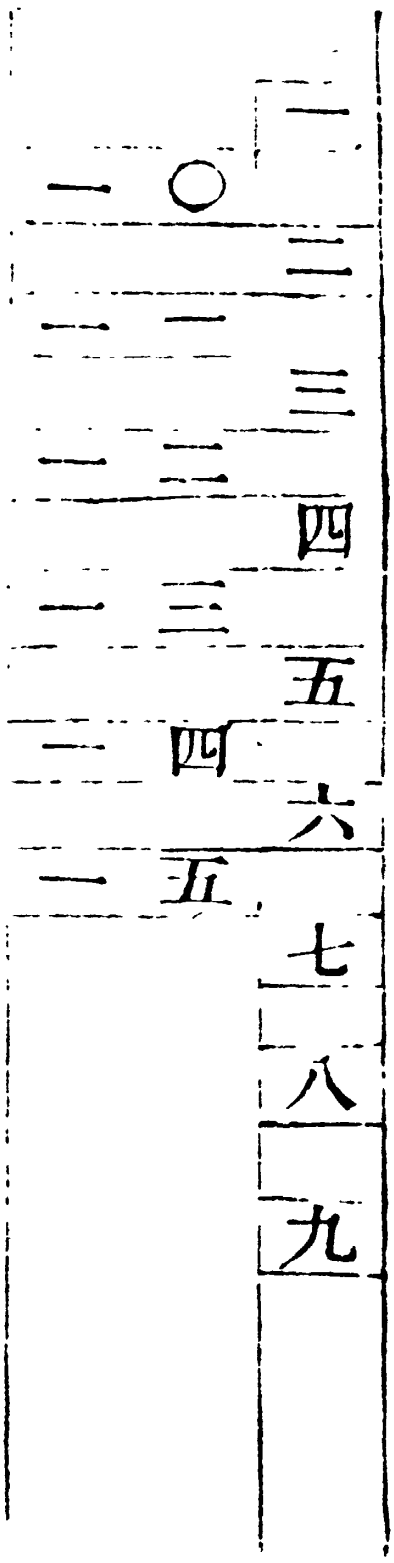
右式假如方箭一束外周六十四枝問中積數幾何若凡方物必以八包一每層超八遞加今置中心一枝不算之一即首位以內層之八併外周六十四共七十二以八位乘之得數五百七十六減半得八位之總數加中心之一為二百八十九枝凡平方面有中心之一者倣此



右式假如圓箭一束外周三十六枝問中積者凡圓物必以六包一每層以六遞加今置中心一枝不算外以內層之六併外周三十六共四十二以六位乘之得數二百五十二減半得六位之總數再加中心之一爲一百二十七枝凡平圓面倣此

右式假如有三稜物一束外周七十二枝問積者凡三稜物必以外九包中一每層超九遞加置中心一枝不算外以內層之九併外周七十二共八十一以八位乘之得數六百四十八減半得八位之總數再加中一爲三百二十五枝凡三稜面者倣此

若順數而加自一而二而三而四以遞相加者另是一法但取最後二大數相乘得數亦以減半卽得最後第二位以至首位之數惟餘最後第一位在外又併入得全數



右式假如有物倚墻一面尖堆最下一行潤十五枚問總積若干取最下二行一十五一十四相乘得數二百一十減半百五〇又加入下行十五得一百二十枚合總

一法取下行加一為法以乘下行得數減半亦同

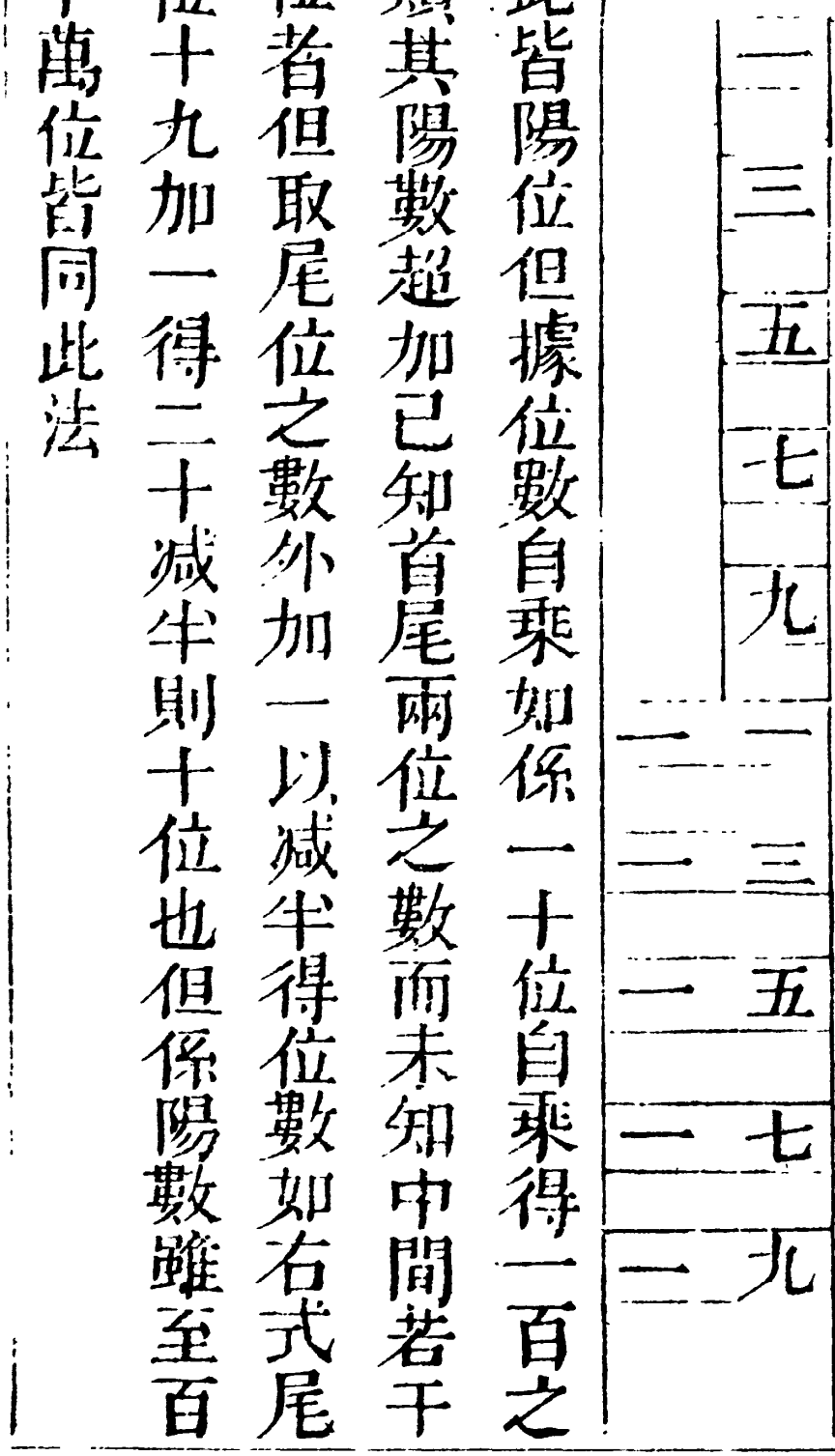
若首位不係一數而自二數或三或四為首者併首尾二位為實而以首位數減尾位數其餘數加一為法乘

之減半合總

假如有物倚墻一面平堆下濶十四枚上濶四枚問總積者併首尾二位得一十八爲實就尾位減首位得一十外加一共一十一乘之蓋原係十一位也以乘得數一百九十八減半得九十九枚合總

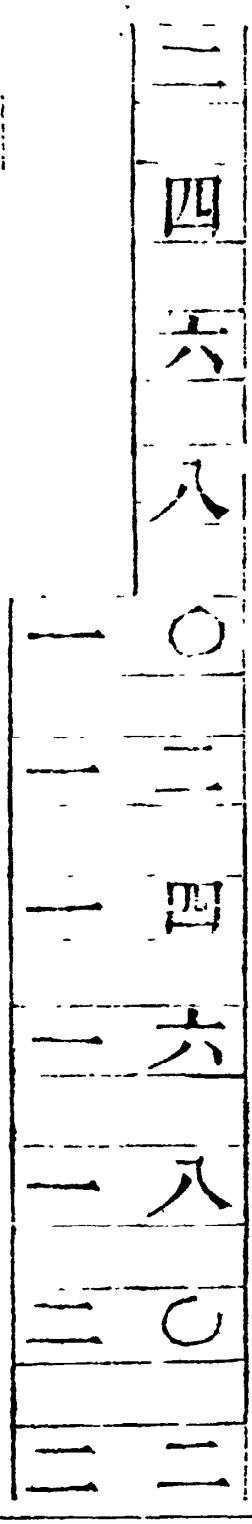
又假如衆人釀錢首位出八文末位出六十文問總數總人者以首位減末位餘五十二外加一係五十三位乃併首尾二位錢數以乘五十三得三千六百四文減半合總

若自一而三而九俱以陽數超加者但看位數以自乘得全數



此皆陽位但據位數自乘如係一十位自乘得一百之類其陽數超加已知首尾兩位之數而未知中間若干位者但取尾位之數外加一以減半得位數如右式尾位十九加一得二十減半則十位也但係陽數雖至百千萬位皆同此法

若自二而四而六俱以陰數超加者取最後一位之數減半卽得位數再以減半數外加一而與位數相乘卽得自首至尾全數



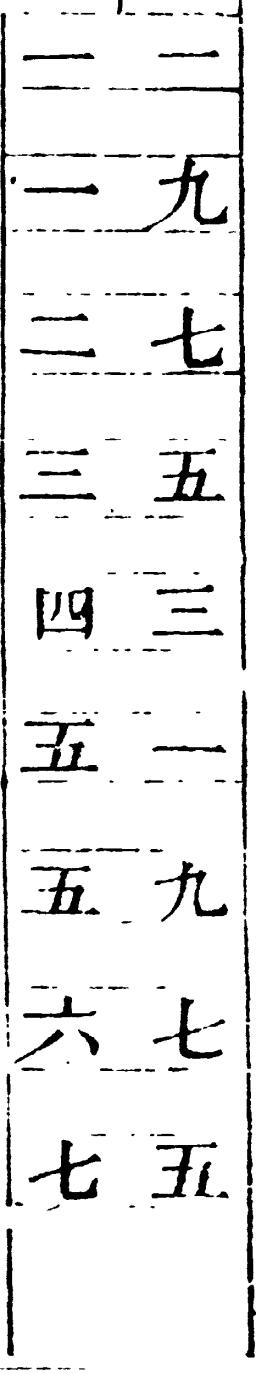
四　取二十四減半見位數又減半加一爲十三

二　以乘位數十二得一百五十六見全數

又若自二數起遞加至一百數上但取一百減半知是共五十位再加一爲五十一以乘位數五十得二千五

百五十即五十位之全數

若多中起數超位遞加但知位數及首位數及所超母數而未知最後一位數者但審布位若干於內減一以乘超母（如超一則一爲母超二則二爲母之類）得數加入首位數即得尾位之數既得首尾二位乃照前首尾相併而以位乘減半得全數



此超入遞加者計十位減一爲九與八相乘得七十

二再加首位三得七十五爲末位數又以七十五加三得七十八以乘十位得七百八十減半三百九十合全數

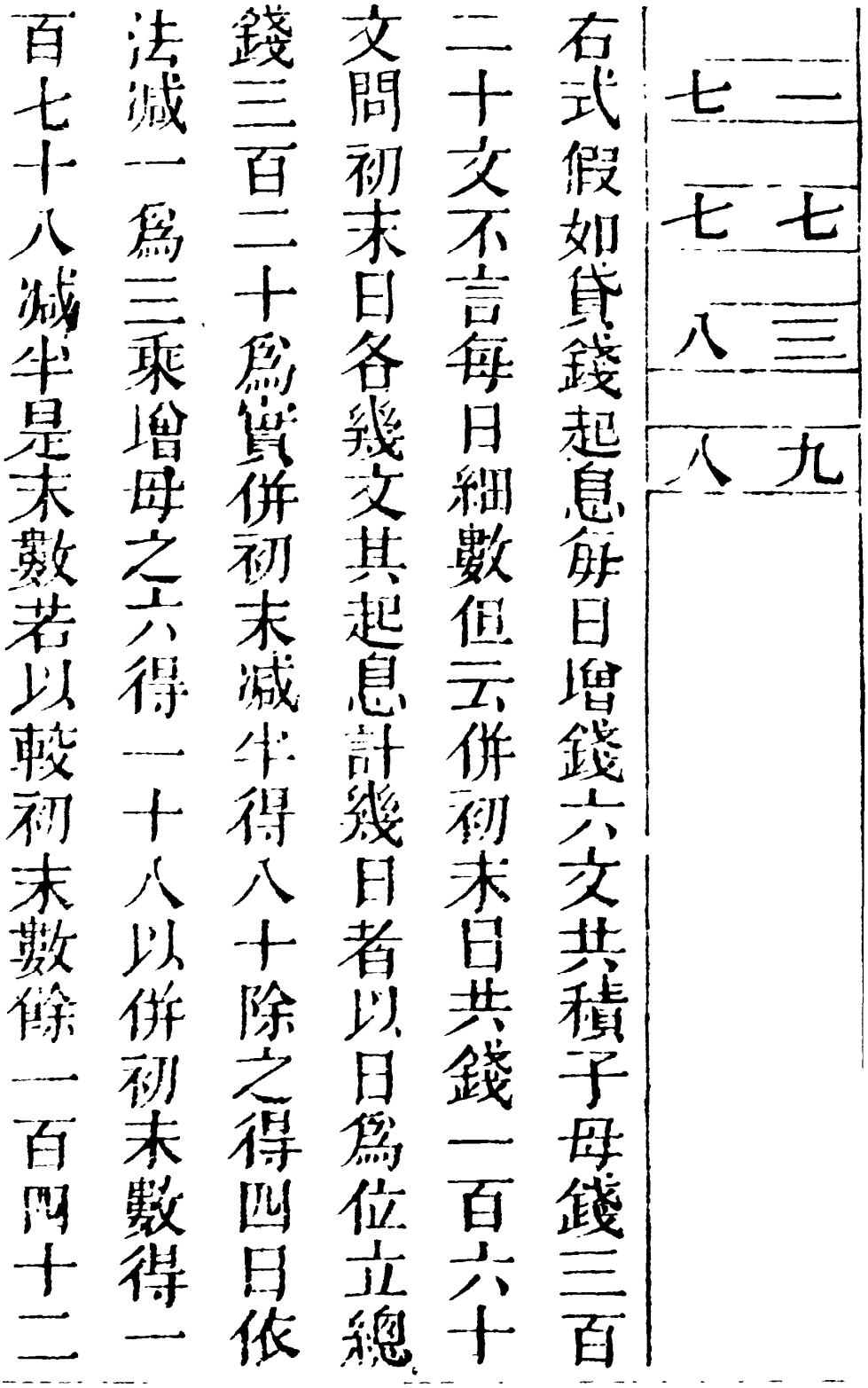
假如有牛四十區但云第一區是三十頭餘區遞加二十頭今問第四十區幾頭依前法就四十減一爲三十九與超母二十相乘得七百八十再加首區三十知是八百一十乃最後一區之數也再問各區總數幾何照法以首區三十加末區共八百四十以乘區數四十得三萬三千六百減半得一萬六千八百頭爲各總數○

若但知末區數及母數位數而不知首區數者照前以區數減一與母數相乘得數而以末區數減之即得首區之數　如前乘得七百八十而末區係八百一十相差三十即知首區係三十頭

假如發兵破一賊巢有二十人先登以登城先後敘賞其第二十人賞銀一百兩第十九人賞一百三十兩其餘遞加三十兩問第一人該銀幾何此以二十爲位減

一爲十九以乘超母二十得五百七十再加尾位一百得六百七十兩爲第一人所實之數也若問此二十人共銀幾何照法併首尾二數得七百七十與位數二十相乘減半得七千七百兩見全數

若但舉總數及超數及首尾共數而不知係幾位亦不知首尾二位數各若干者以總數爲實以首尾數減半爲法除之得位數又以位數減一乘超母得數即用此數爲主若以併首尾共數減其半即尾數若以較首尾共數減其半即首數



右式假如貸錢起息每日增錢六文共積子母錢三百二十文不言每日細數但云併初末日共錢一百六十文問初末日各幾文其起息計幾日者以日爲位立總錢三百二十爲實併初末減半得八十除之得四日依法減一爲三乘增母之六得一十八以併初末數得一百七十八減半是末數若以較初末數餘一百四十二減半是初數

若但舉中積及位數及首尾之較若干以求首尾各幾何者倍中積爲實以位爲法除之得數以較減之半其餘得首數乃以較加之得尾數

八四〇六三八四〇
六七六八九九〇

一一一一一一一一

右假如織布自冬至始歷十三日共織一千三百五十二寸因晷漸長其功日加六寸末日視首日多織七十二寸問首日末日各織幾許若倍中積得二千七百四

寸爲實以積日十三爲法除之得二百零八以較減之得數又減半合首數六十八以較併入亦減半合末數一百四十

若但知位數總數及超母數而未知每位得若干數者取位數列之去尾位　併之　如係九位則但用一二三四五六七八共三十六數除九不用以乘超母得數減總乃以位數歸其餘得首位數乃以超母遞加得各位細數

一一一二二二二三三
一四七〇三六九二五
一　　　　　　　三

共九位以三爲超母總數二百七

假如兄弟九人遞差三歲共二百〇七歲欲知每人幾何者照右法置母數乃取位數內除去尾數九只以八位細數併之得三十六以乘母得數零一百八以減總數餘九十九以九除之得最幼一人歲數一十一乃以三遞加之得諸人歲數

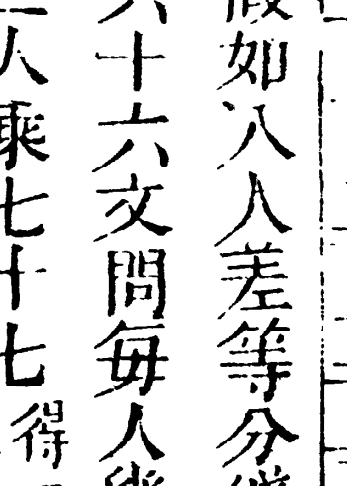
五　三　九　六
六　八　九　一
一　三　五　七　四　共八位以一十七爲超母總數
一　二　六　八　　九百九十六
一　二　一

假如鈔九百九十六錠分給八人遞差二十七錠各若

干取位數除去尾八併自一至七之數共二十八以乘超母一十七得數四百七十六以減總餘五百二十以八除得最少一人數六十五仍以一十七遞加得諸人數

若超位遞加但知係幾位及各位總數而未知超母幾位亦未知各位細數與首尾二位數第云前幾位共若干後幾位共若干以求各位細數者依母子互乘法求之以所知前幾位後幾位爲母以前共若干後共若干爲子互乘得數相較爲實又併其母減半以較總位餘若干而以兩母相乘之數乘之得數爲法以法除實得

超母加入所知之數如係二位者加入折半得多者數如係三位者三歸得中數乃依超母遞加遞減得全數



假如八人差等分錢但知甲乙共七十七文已庚辛共六十六文問每人幾文者以二人乘六十六得一百三十二以三人乘七十七得二百三十一以相較餘九十九爲實併分母二三得五減半得二零二之一以減總位八餘五零二之

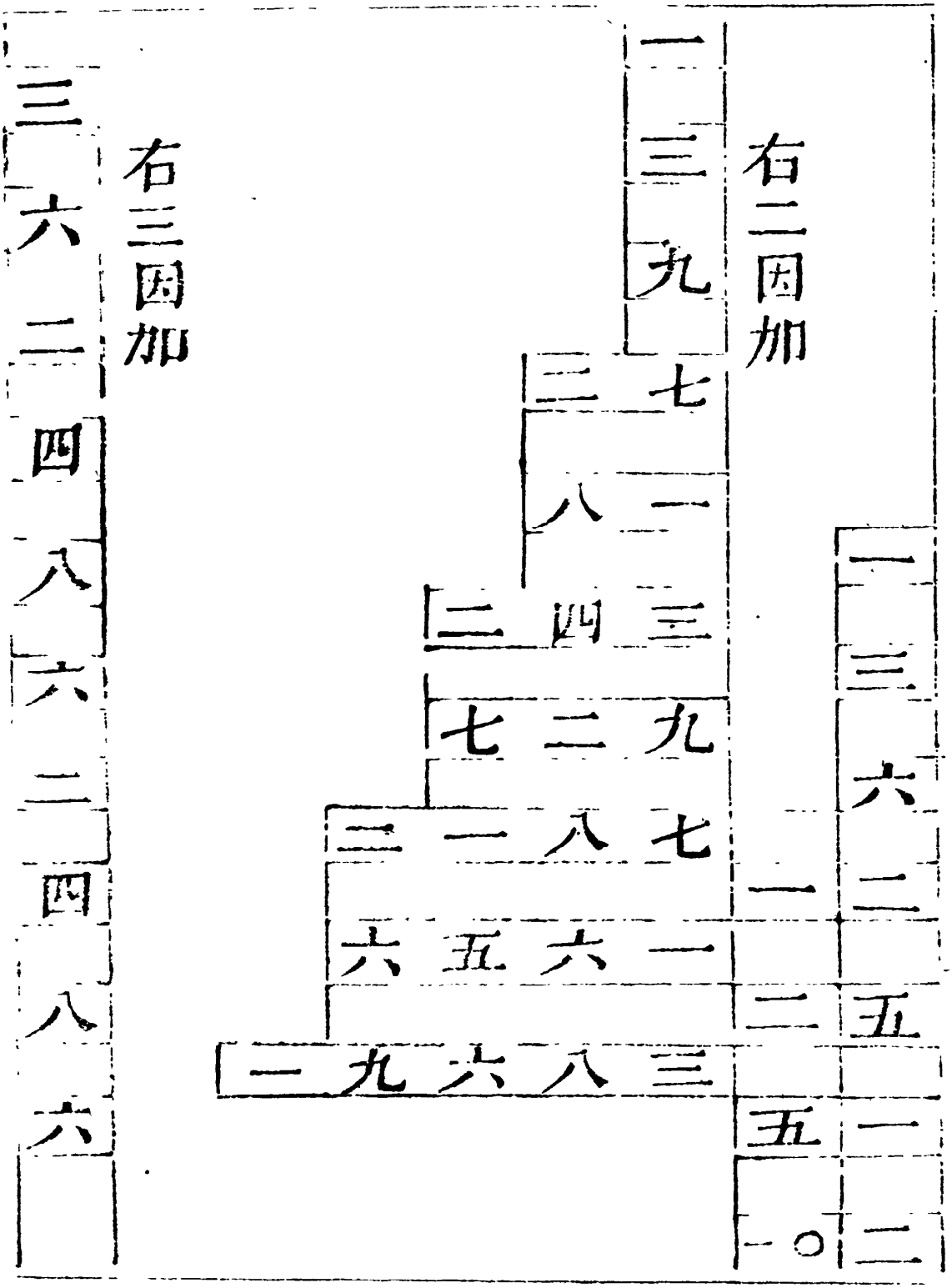
一仍以分毋所乘之六乘之得三十三爲法除實得三爲超毋之數併入甲乙減半得四十爲甲衰若求已庚辛則三歸之得中間之庚衰乃以超毋遞加遞減得全數○外如係戊已庚辛四位者二歸之得已庚共數又加減超毋半之得已庚數

倍加法第十

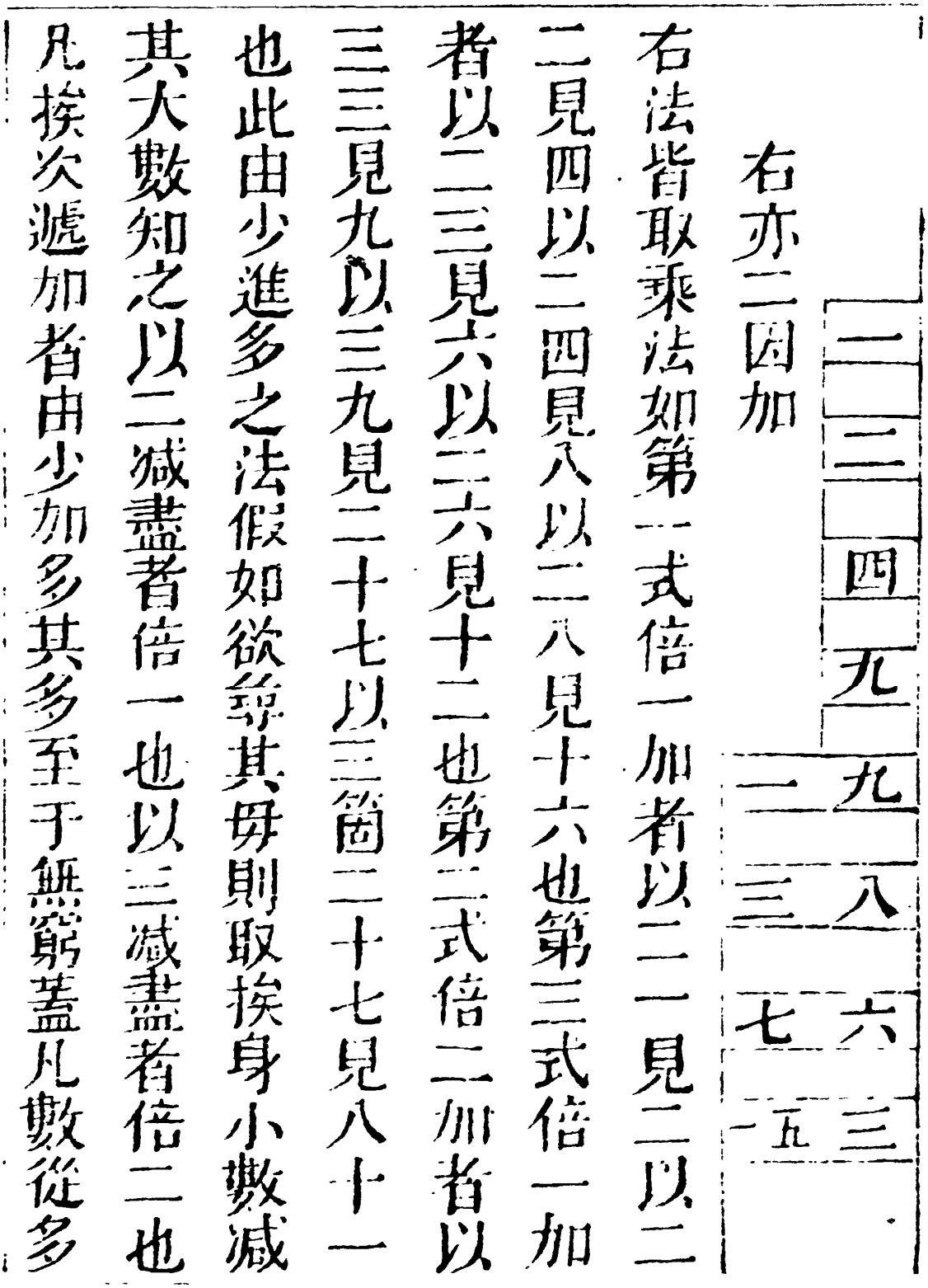
數有挨次遞加者以一數爲遞毋而察加之其毋不易焉另有以倍而加者

一　二　四　八　六　二　四　八　六　二　四

右二因加



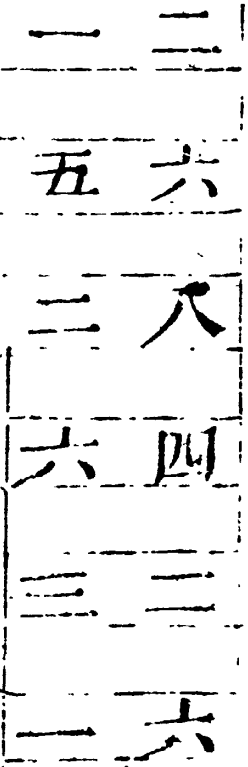
右三因加



右亦二因加

右法皆取乘法如第一式倍一加者以二一見二以二二見四以二四見八以二八見十六也第三式倍一加者以二三見六以二六見十二也第二式倍二加者以三三見九以三九見二十七以三箇二十七見八十一也此由少進多之法假如欲算其母則取挨身小數減其大數知之以二減盡者倍一也以三減盡者倍二也凡挨次遞加者由少加多其多至于無窮蓋凡數從多

減少其減至于單數而止無復零分之可減也惟此倍加之數則進而加之無窮減而約之亦無窮剖之又剖細微毫忽按法而約求焉豈可以數盡乎



此以倍一約之其數無窮餘法皆同

右數假如截取三位以首尾二位相乘其所得數與中一位數之自乘者等（假如八四二共三位以二八相乘得十六以中間之四自乘亦十六）若截取四位而以首尾二位相乘其所得數與中二數

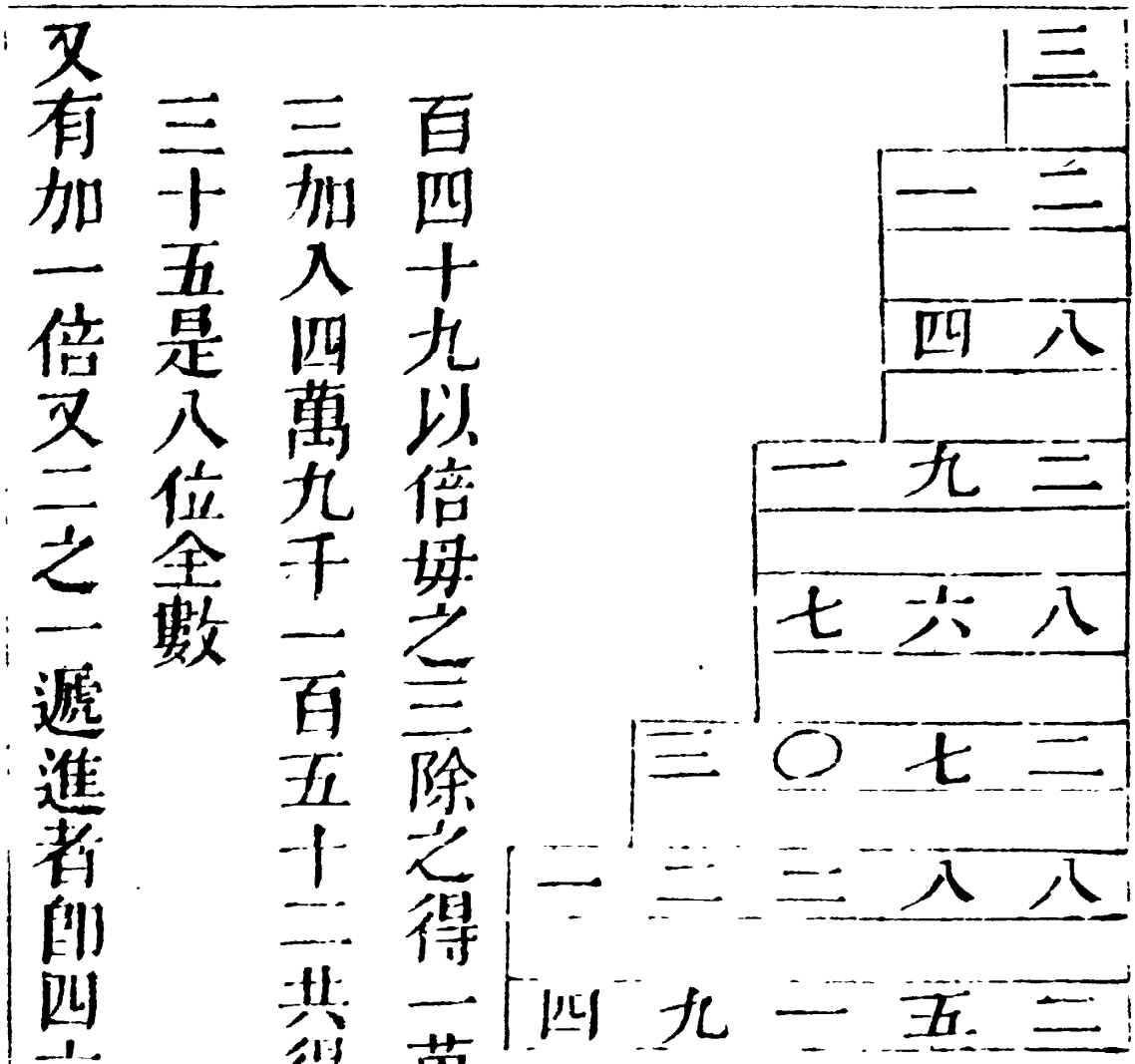
相乘者亦等假如十六○八○四○二○共四位以十六乘二得三十二以中間之八與四乘亦得三十二雖至許多位但以首尾二位相乘其所得數與挨身次二位俱相等步步乘入皆無不同至於最中若有單位以之自乘亦復如是

三六三四八六二四
一二四九九八
四九一三

此外乘與進內乘皆同中單自乘亦同

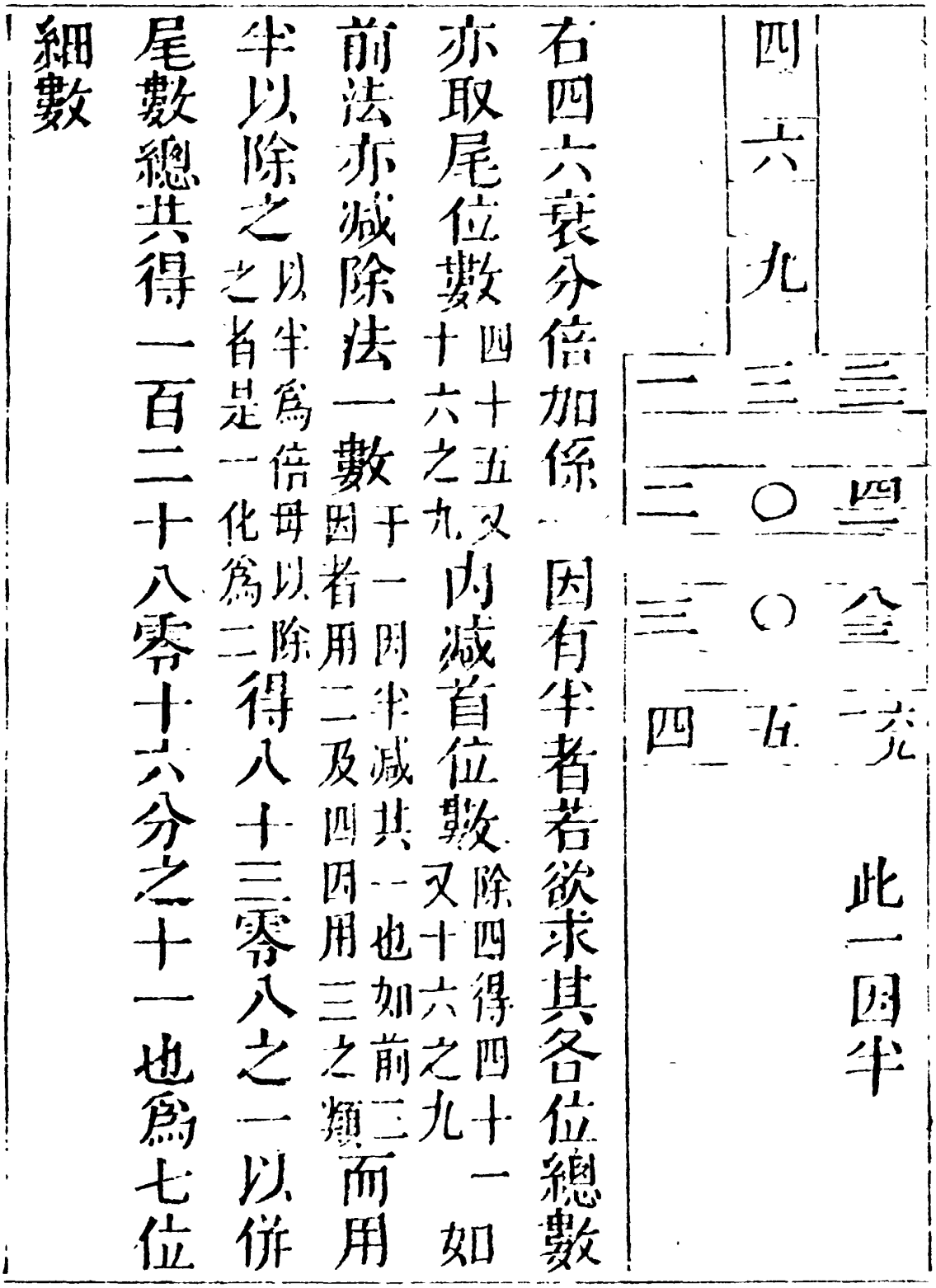
凡倍加之數不論幾位欲知總數但取首尾二位爲主以首最小數減尾最大數而以其所剩大數依後法求

之　如係加一倍者即二因　先取尾大數倍之內減首數得全數如一二四八六二四此七位者取尾六十四倍得一百二十八數減首位一得一百二十七即此七位之細數加一倍者自一起手用此法其加二加三者雖亦自一起手但各另有倍毋則另如後法以倍毋爲首位不以一爲首位云　如係加二倍者即三因法取尾後最多數內先減首位之數而以餘數二歸緣三因者係加二倍故以二爲倍毋而用二取其所得之數併入尾位大數即得中間幾位細數凡四因五因以至六七等類皆同此法而四因三歸五因四歸各減因數之一者依所倍之數爲毋也　餘皆同



此係四因者三倍于本數以相加也用尾位數內減首位數實剩四萬九千一百四十九以倍母之三除之得一萬六千三百八十三加入四萬九千一百五十二共得六萬五千五百三十五是八位全數

又有加一倍又二之一遞進者即四六衰分法也

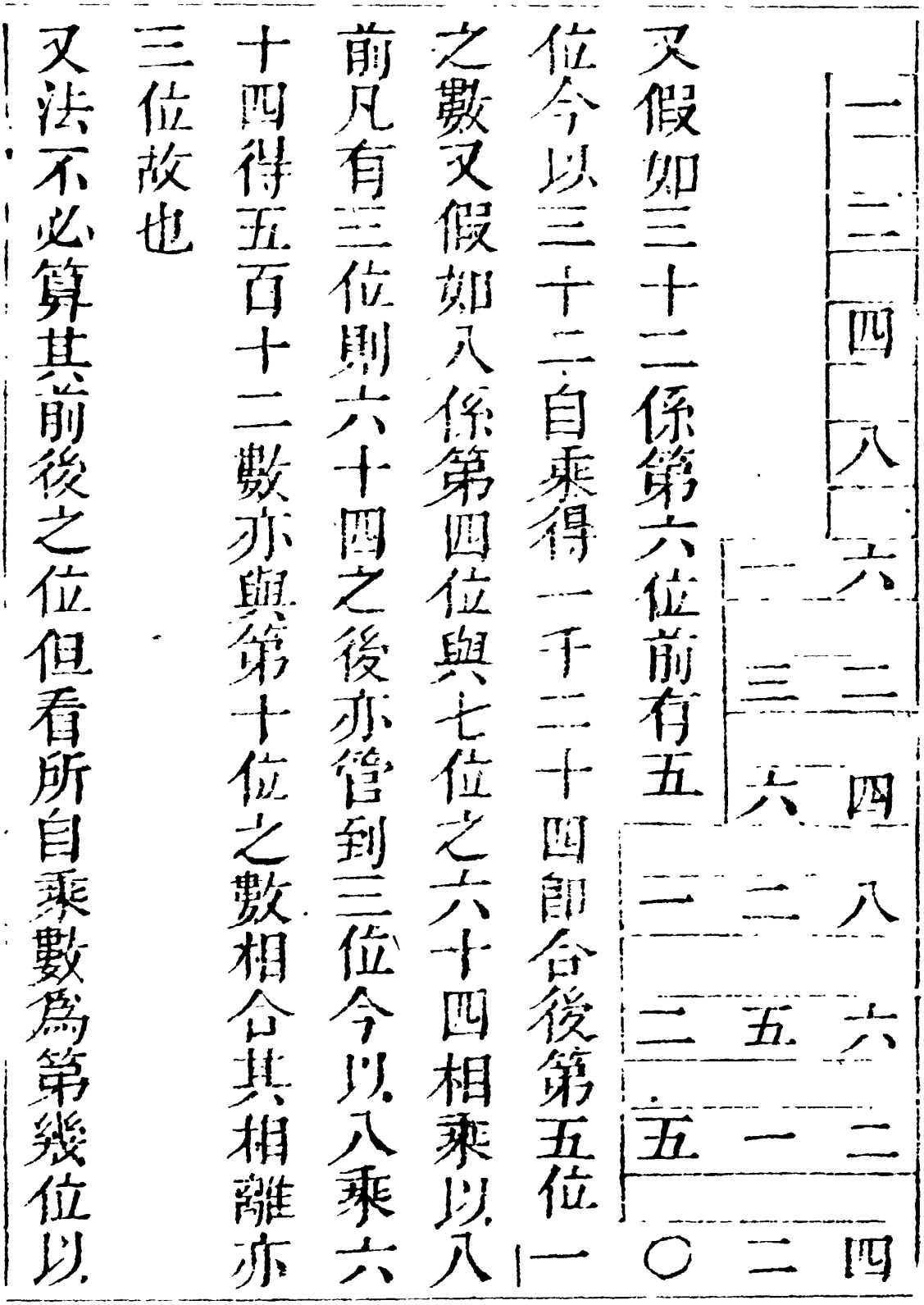


右四六衰分倍加係　因有半者若欲求其各位總數亦取尾位數四十五又十六之九內減首位數除四得四十一如又十六之九　如前法亦減除法一數于一因半減其一也如前三因者用二及四因用三之類而用半以除之以半爲倍母以除之者是一化爲二得八十三零八之一以併尾數總共得一百二十八零十六分之十一也爲七位細數

凡二因半三因半等類倣此其除法俱只減其一數

凡倍加數不論共有幾位但就中抽取一位自乘但看自首挨來是第幾位假如第五位其前有四位矣今以五位自乘其所得之數即與此後第四位之數相同即九位不特此也又如取第五位與第七位相乘其五位前凡有四位則其第七位後亦管四位其五位七位乘得之數即與第十一位之數相同如後式

假如後式十六係第五位前有四位後亦管到四位今以十六自乘得二百五十六恰與後四位之數相同



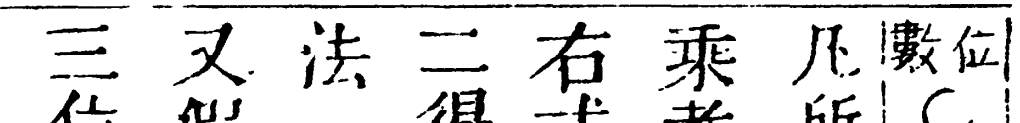
又假如三十二係第六位前有五位今以三十二自乘得一千二十四即合後第五位一之數又假如八係第四位與七位之六十四相乘以八前凡有三位則六十四之後亦當到三位今以八乘六十四得五百十二數亦與第十位之數相合其相離亦三位故也

又法不必算其前後之位但看所自乘數為第幾位以

本位數加一倍內減一即得同數之位假如第六位倍六得十二內減一爲十一位則第六位自乘所得之數正合第十一位之數與前法理同而更爲捷徑

又法不必減一但先排倍數于右次排位數于左相對而于位前加一（即以○見所減之一）其餘以次察之

倍數	一	二	四	八	六	二	四	八
	一	三	六	二	五	一	二	四
	一	二	五	一	○	○	○	○
	一	○	○	○	○	○	○	○



凡所得位數但係自乘者只一位以位數倍之但係互乘者有兩位以兩位數積之

右式假如以四自乘得十六矣其四之本位是二位倍二得四則十六之數即第四位之數也此一位自乘之法

又假如八乘三十二得二百五十六數其八之本位係三位三十二之本位係五位三與五併共得八即係第八位數　以上乃首位起一者

若首位非自一起如二或三或四五之類則自乘互乘皆先取首位之數分之如首位四則以四分其所得而後倍位積位如前法

倍數	五									
位數	○									
一		○								
二			○							
三				○						
四					○					
五						○				
六							○			
七								○		
八									○	
九										○
一○										

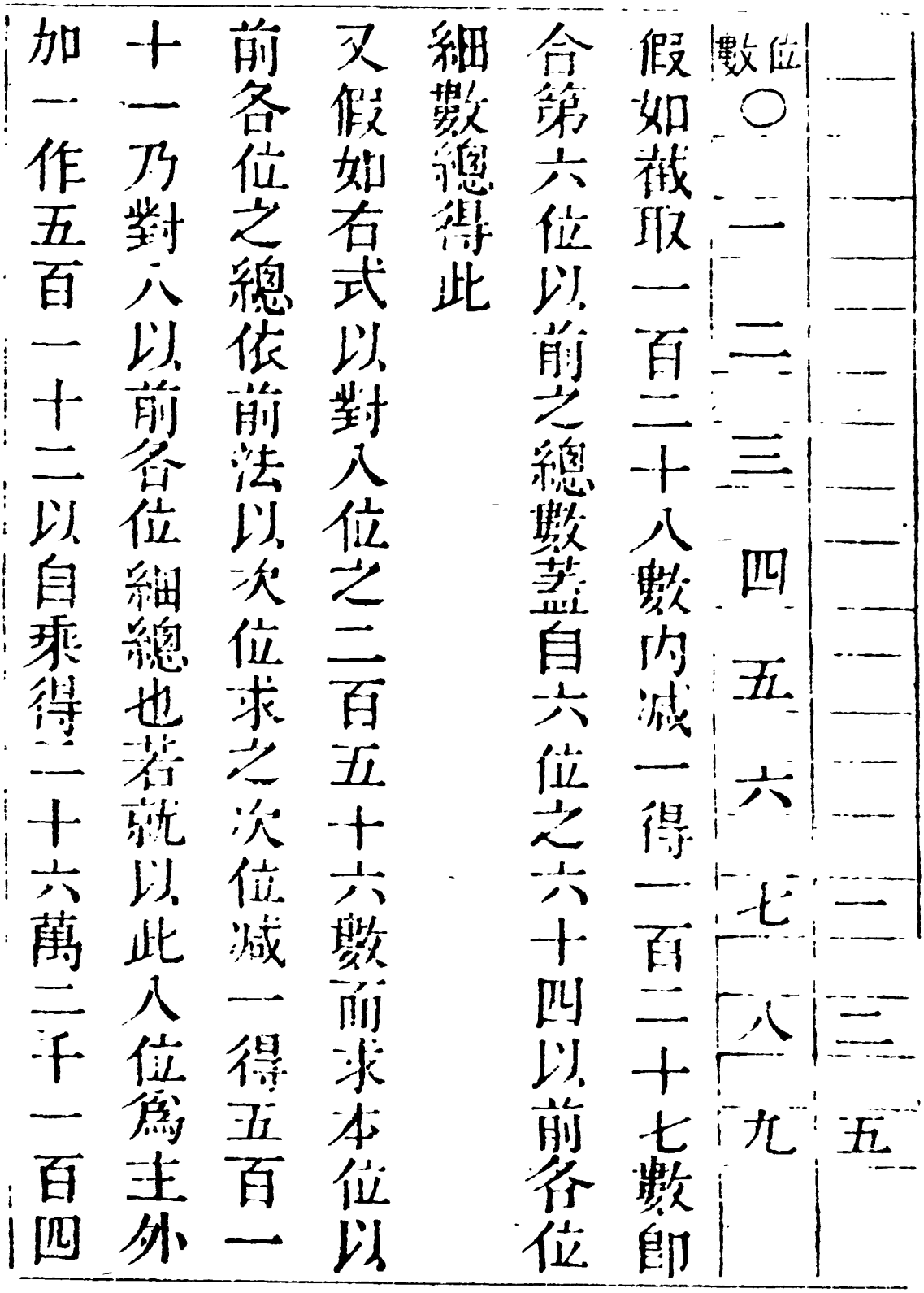
假如以八十自乘得六千四百因首位非從一起而從五起先以首位之五而分之得一千二百八十數仍取

列位之四倍之爲八則對八之數

又假如以四十與六百四十相乘得二萬五千六百以首位之五分之得五千一百二十次以兩位相積其一是三其一是七合對十之數

凡倍一加者即二因就中隨意截取一位以其本數減一即合此位以前各位之細數此除本身而言然必從一數起者合此

倍數	一	二	四	八	一六	三二	六四
	一	三	六	一二	二五	五一	一二

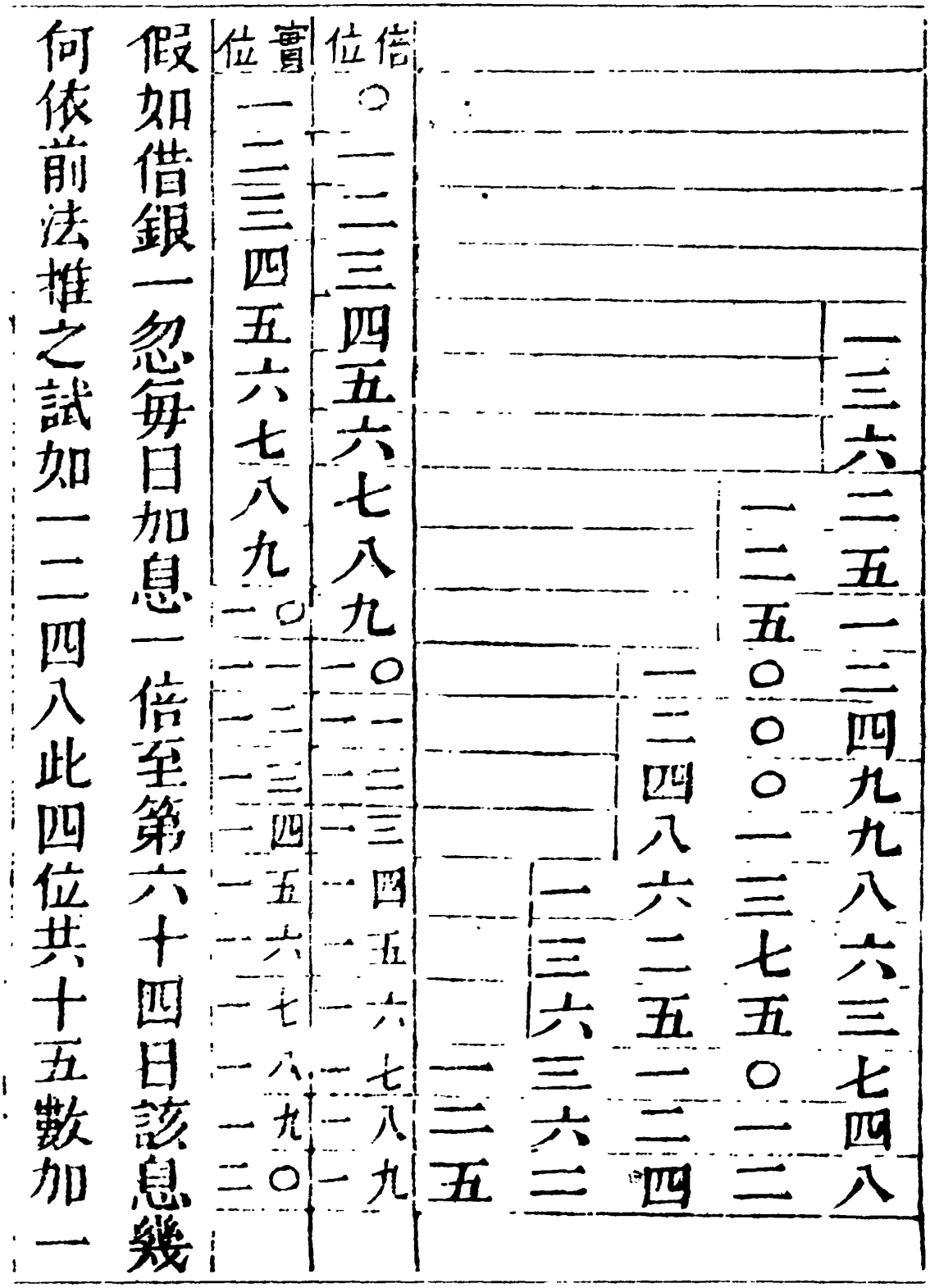


假如截取一百二十八數內減一得一百二十七數即合第六位以前之總數蓋自六位之六十四以前各位細數總得此

又假如右式以對入位之二百五十六數而求本位以前各位之總依前法以次位求之次位減一得五百一十一乃對入以前各位細總也若就以此入位爲主外加一作五百一十二以自乘得二十六萬二千一百四

十四數內再減一此何數乎按實對八之位乃係第九位此前既有九位此後亦管九位乃是第十八位以前各位細數也蓋以倍位所對之本數自乘則得對位加倍之本數此用倍位法看之如不以本數乘而以積出本位以前諸位之全數乘則又推得本位以後相對若干位之全數此則不用倍位而用實位得之者實位者如本位前實有九位則本位後再管十位即其相對之位之全數也須減一數始合不減一數則進越一位矣

倍數　一二四八六二四八六二四八六二四八



假如借銀一忽每日加息一倍至第六十四日該息幾何依前法推之試加一二四八此四位共十五數加一

自乘得二百五十六內減一餘二百五十五卽係八位之數蓋自首位一至第八位之一百二十八其細數乃二百五十五數也再以此加一二百五十六自乘得六萬五千五百三十六內減一餘六萬五千五百三十五卽知其爲第十六位之數再以此數加一得六萬五千五百三十六自乘得四十二億九千四百九十六萬七千二百九十五數凡四十二億九千四百九十六萬七千二百九十五數又以之加一自乘得一千八百四十四兆六千七百四十四萬

零七百三十七億又九百五十五萬一千六百一十六忽內減一卽知其爲第六十四位之數凡一十八兆四千四百六十七億四千四百零七萬三千七百九兩五錢五分一釐六毫一絲六忽也

同文算指通編卷五

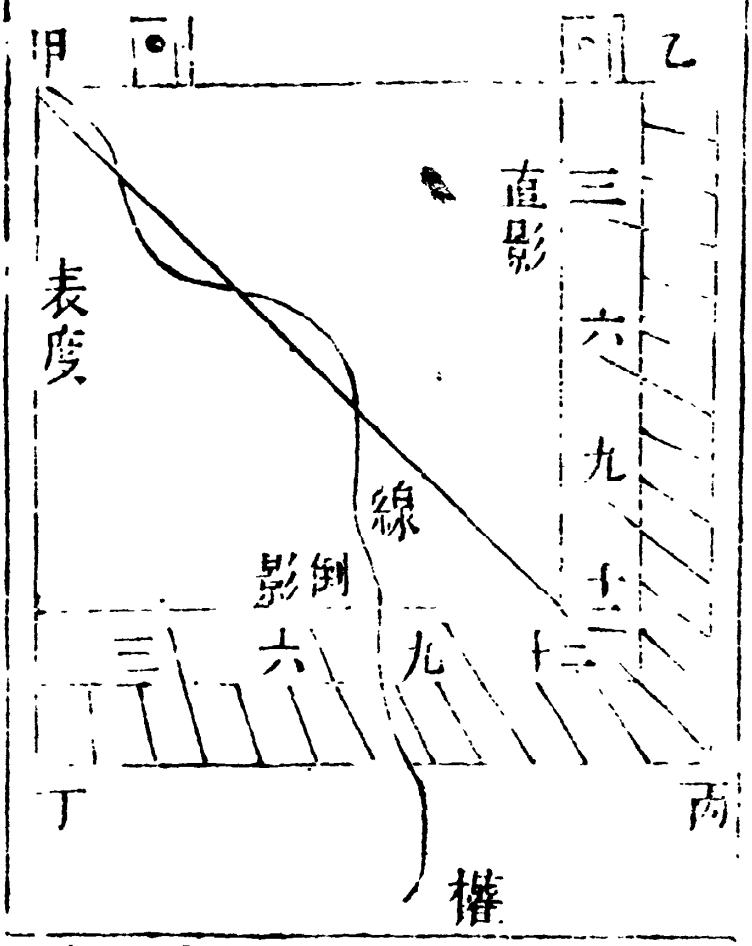
同文算指通編卷六

測量三率法第十一

凡測山岳樓臺城郭之高川谷之深土田道里之遠舊名句股法立表或立重表遙望相直乃以開方求之今立器以代表名曰矩度而以三率代開方之算句股者植立地上爲股其影橫地上爲句今半矩木尺其制也矩度之形平方而取橫直二邊各刻爲度互爲句股立爲直影倒影二算義同句股而法稍捷

製矩度法以堅木或銅版其制平方上畫甲乙丙丁四

直角方形務取極方詳其幾何原本用甲乙邊立兩耳平對各通一竅名曰通光以便窺望以甲角爲矩極系線任其垂下以權鎮之次自甲至丙斜界一線分矩面爲兩平分乃



並乙至丙及並丙至丁各依原邊線又平行二線俱勻分十二度其度各自其邊界望矩極分之近極爲虛線

外周爲實線或每度更分三分五分六或分至十二皆隨版體大小爲分愈細則法愈密矣用時甲昂乙低以目射兩竅與所望之物參相直視其繩之所直向度何分以算推之或不設兩竅只立相等兩小表亦可凡測望必以所求物與立矩度處爲直角形取平（解在幾何）有不平者須先準平然後測量次論直倒二景直影者繩在乙丙界內即句影也如立表地中影落地面者是倒影者繩在丁丙界內即股影也如立表墻上影射墻面者是凡有所窺測而望者前御其步使其繩適在甲丙是

爲句股平等知句即得股知股即得句其不然者須將倒直互變推求且如求高求深所求在股即權繩宜在直度而却在倒度則當變倒爲直若求遠求近所求在句其權繩宜在倒度而却在直度則當變直爲倒各以通二度之率其互變之術皆以矩全度爲準少者用十二多者用十四

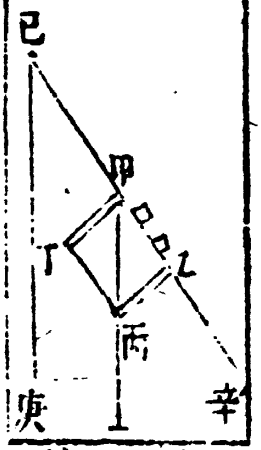
假如繩在倒影三度今欲變爲直影度者法以一百四十四爲實三度爲法除之得四十八爲直影度矩度一百四十四

假如繩在倒影五度三分度之二欲變直度者因有三之二母度以三通之得一十七爲法亦以三通其矩度

得四百三十二爲實以法除之得二十五度餘十七分度之七爲直度也其繩在直度而欲變爲倒度者亦如之詳見徐太史測量法義

量影測高

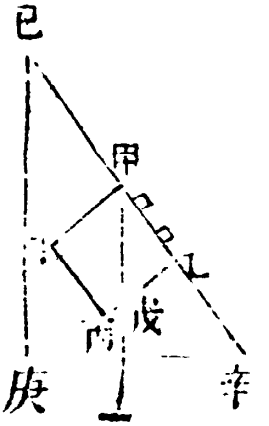
已知影長若干欲測其高者如測日影則以矩度向日目切于乙甲耳在前日光透于耳之兩竅權線與矩度相切任其垂下審值何度何分若在十二度之中正對



角線丙際則影與物必正相等知影幾何長即得物幾何高矣

若權線在直影邊則影小于物以直影上所值度分爲第一率以矩度十二爲第二率以物影度爲第三率二三相乘一除之得第四率爲其物高

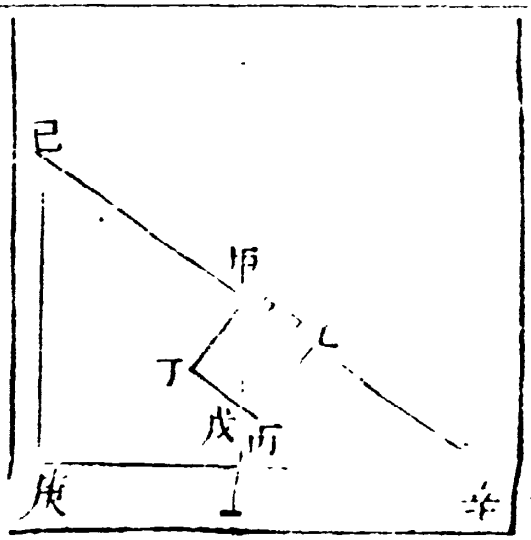
假如欲測已庚之高線在直影乙戊得八度正其庚辛影長三十步即以矩度十二乘庚辛之三十得三百六十爲實以乙戊八度爲法除之得四十五即已庚高四十五步



若權線在倒影邊則影大於物以矩度爲第一率以倒影上所值度分爲二率以物影度爲

三率算之得物之高

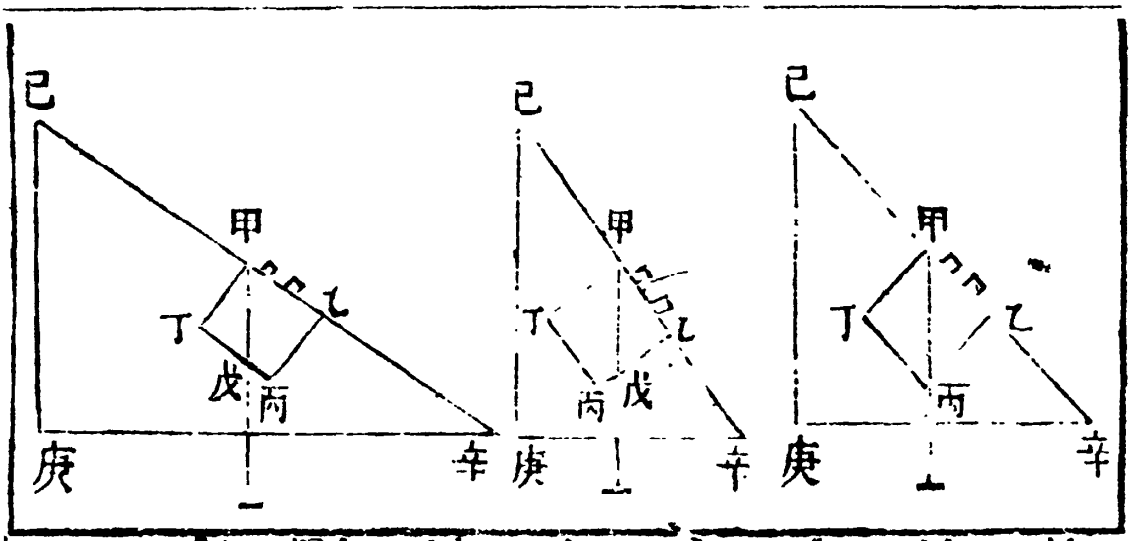
假如欲測已庚之高線在倒影丁戊得七度五分度之一庚辛影六十步即以丁戊七度五之一乘庚辛之六十得二千一百六十爲實以矩度六十分爲法除之得已庚之高三十六步



因權值有零分五分度之一故以分母五通七度通作三十五分以分子一從之爲三十六分其表度十二亦通作六十分

從高測影

若已知物高若干欲測其影者以矩度承日審值度分



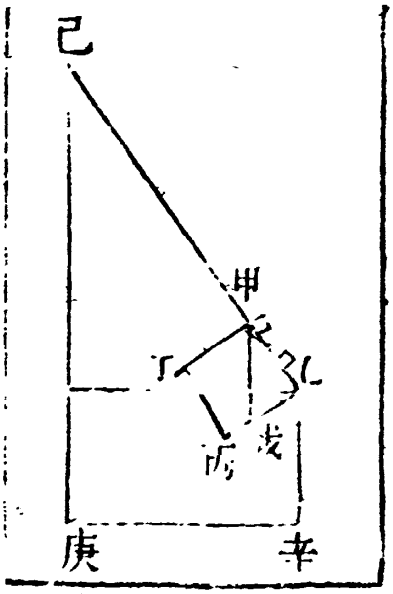
若權線在丙則影與物等

若權線在直影邊卽物大于影以矩度十二爲第一率直影度分爲第二率物高度爲第三率算之得數爲影度

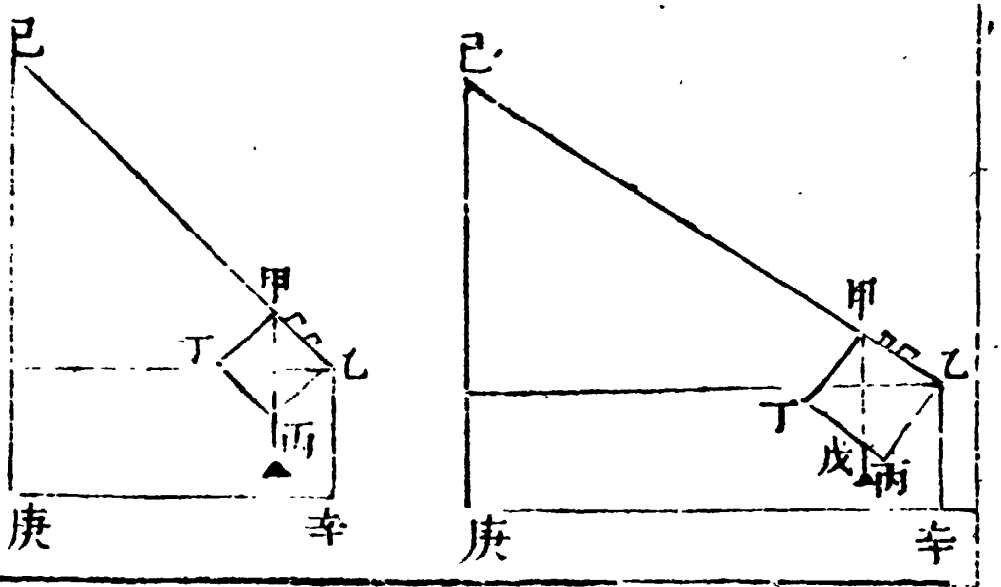
若權線在倒影邊卽物小于影以倒影度分爲第一率矩度爲第二率物高度爲第三率算之得數爲影度

以目測高

已知庚辛之遠欲測已庚之高人立在辛先量自目至足其高幾何乃以矩度向所測物頂甲耳在前目切乙後目與矩耳及高相參直細審權線值何度分假如權線在直影乙戊以乙戊度爲第一率矩度爲二率次量庚距辛之遠幾何爲第三率二三相乘以一除之加目至足得物之高

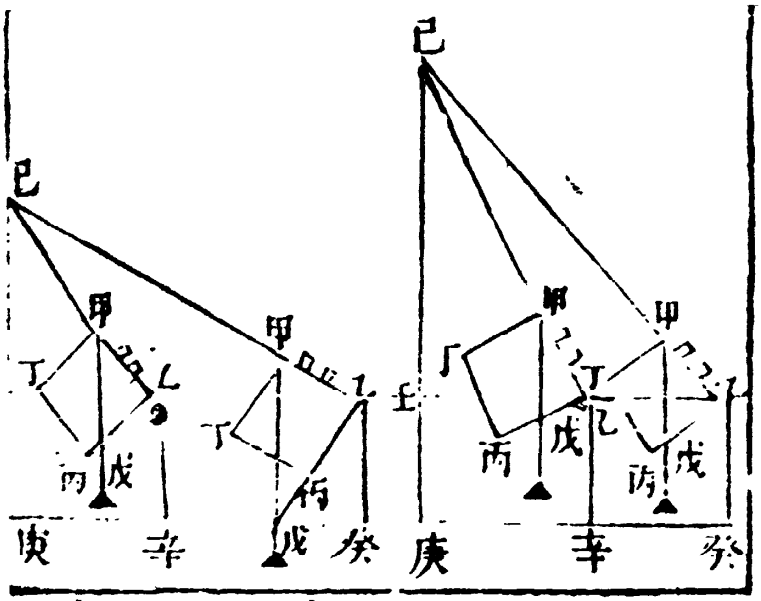


假如權線在倒影丁戊即以矩度爲第一率丁戊倒影爲第二率庚

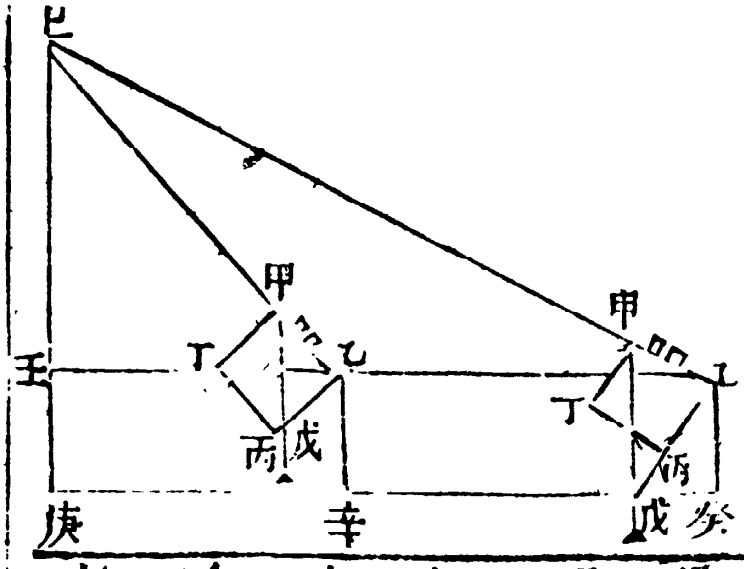


辛爲第三率照前算之
若權線不在丙而有平地可前可却即任意前却至權線值丙而止不必推算既知辛庚即知己庚
若人立在辛求己庚之高而爲山水林木屋舍所隔或地非平面不欲至庚或不能至者則用兩直影之較起算其法依前以矩竅向物頂審權線在直影否如在倒影即以所值度分依法變

作直影次從所立之辛依地平取直線或前或却任意遠近至癸仍以矩竅向物頂審權線在直影否如在倒影亦以所值度分變作直影乃以兩直影度分相減之較爲首率以矩度爲二率辛癸大小兩矩之較爲三率依法算之得已壬之高又加自目至足乙癸之數得已庚之高



假如欲測已庚之高如前圖先從辛立望得直影小乙戊爲五度次

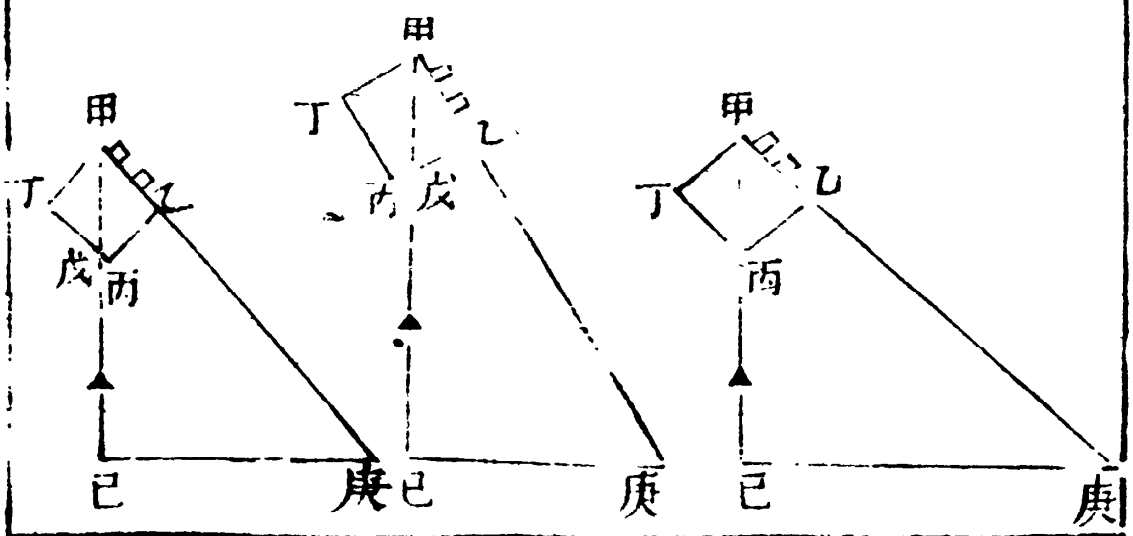


却立于癸得直影大乙戊爲十度丙影之較五度爲首率矩度爲次率次量足距之較從癸至辛十步爲三率依法算得二十四步加目至足之乙辛或乙癸試作一步卽知巳庚之高二十五步　如後圖先于辛得直影小乙戊爲十一度次退立于癸得倒影九度當如前變法作大乙戊直影十六度得景

較五度以爲首率矩度爲次率次量距之較癸辛二十步爲三率依法算得四十八步加自目至足或一步即知已庚之高四十九步

地平測遠

欲于已測已庚之遠先量自目至足之高爲甲已若量極遠則立樓臺或山岳之上以目下至地平爲甲已測高法見前次以矩極甲角切于目以乙向遠際之庚如前法稍移就之俾甲乙庚相參直細審權線值何度分如權線在丙則高與遠等

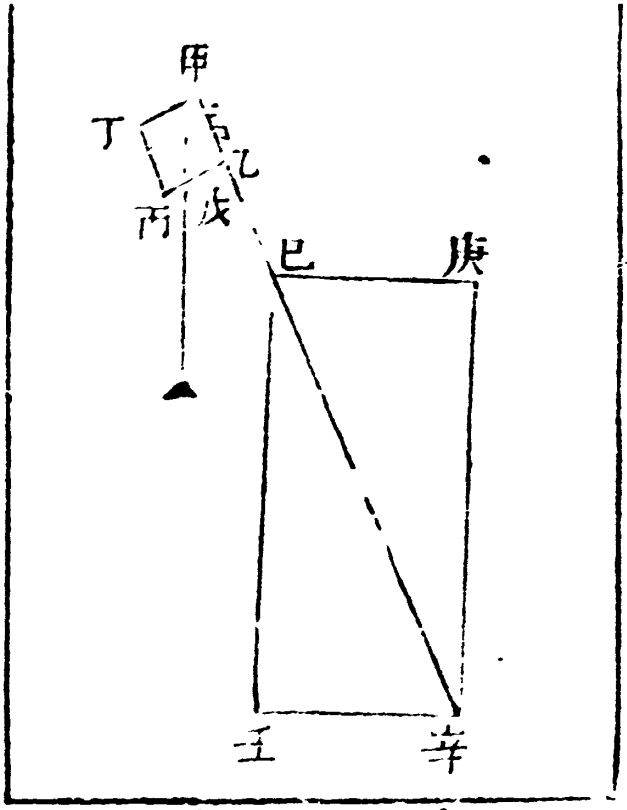


若權在乙丙直影邊即遠數不及高數以矩度十二爲首率直景乙戊爲二率甲己爲第三率算之得己庚遠

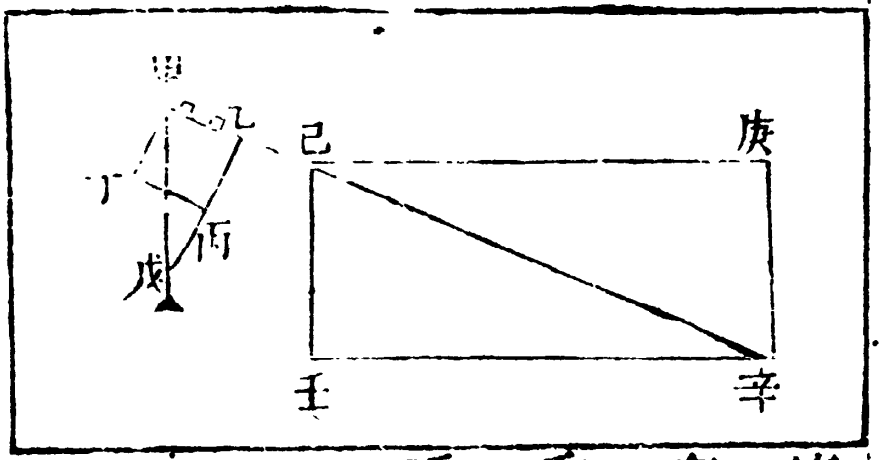
若權在丁丙倒影邊即遠過于高以倒影丁戊爲首率以矩度十二爲次率甲己爲三率算之此所置一率二率視前測高之法互換云

測深

凡從井上測深者井口或徑爲已庚井面爲辛壬欲測已壬之深用矩極甲角切目以乙從已向對面水際之辛如前法稍移就之令目與竅與辛相參直垂下權線



假如線在直影乙戊三度爲首率矩度爲次率次量已庚井口十二尺爲三率算得四十八尺爲已壬之深

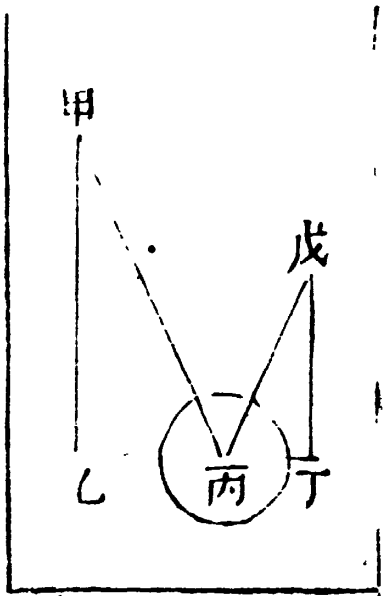


若權線在倒影三度則依法變爲直影得四十八度而以矩度十二爲首率變得直影度爲次率井口乘之歸除數同

以上用矩度者如無矩度另有用鏡用表用尺諸法具後

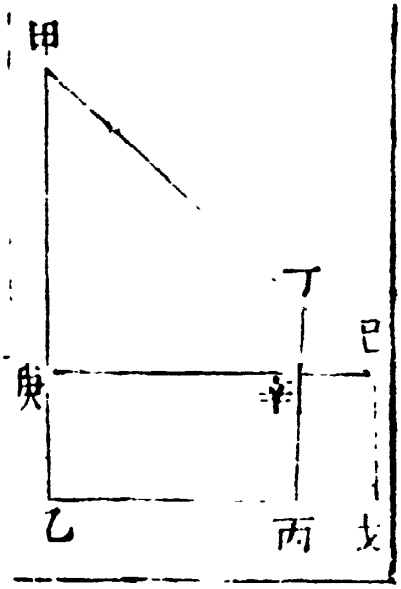
平鏡測高　用盂水亦同

欲知甲乙之高置平鏡于丙人立于丁其乙丙丁取平人



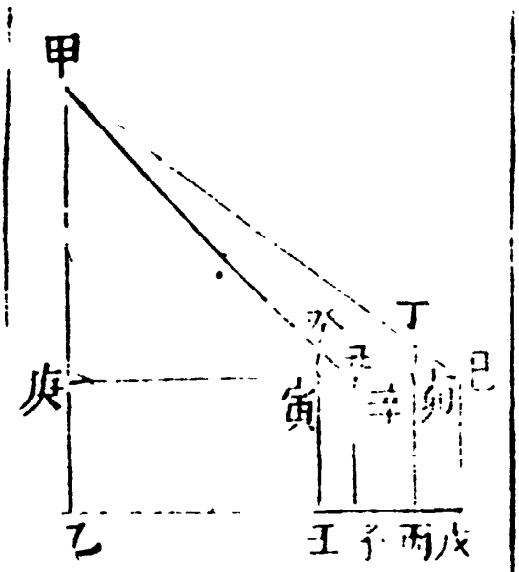
目在戊向物頂之甲稍移就之令目見甲在鏡中心而甲影從鏡心射目乃量自丁至丙之度爲首率丁戊爲次率乙丙爲三率算之得甲乙高

以表測高凡立表必三面垂線以取端直

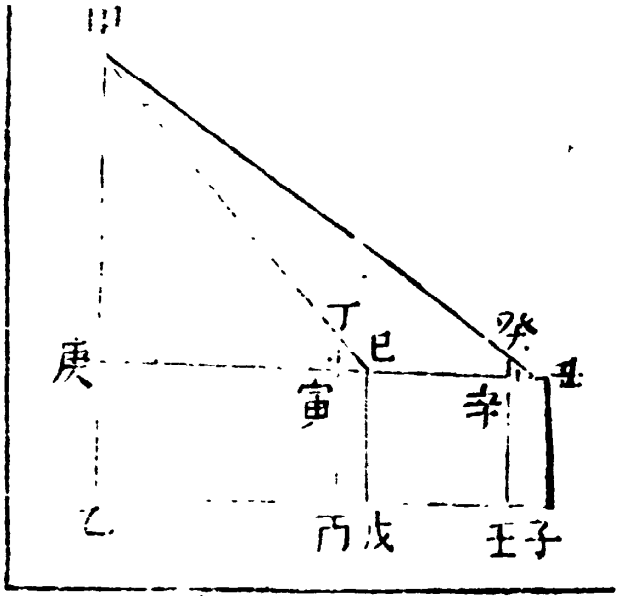


已知乙戊之遠而欲測甲乙之高立表于丙爲丁丙退立于戊置乙丙戊爲極平線人目在已視表末丁至物頂甲相參直次量目至足數移置表上爲辛以

截取丁辛之數其辛巳線與乙丙戊爲平行若其表僅與身等或小于身則另立一小表爲己戊而以目切之於己亦可乃以丙戊爲首率丁辛爲次率乙戊爲三率算之得甲庚之高加目至足之數巳戊即得甲乙之高若戊不欲至乙或不能至則用兩表之較爲算如前圖



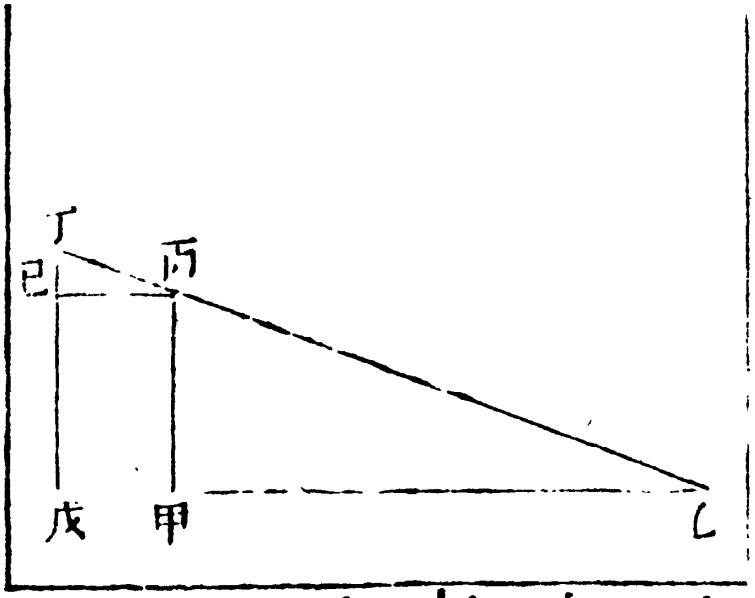
立于戊目在巳望丁至甲移巳置辛得丁辛數乃或前或却又立一表（或即用前表或兩表等）爲癸壬目在丑望癸至甲亦移丑至寅得癸寅數此



癸寅與丁辛之度相同而丑寅度必小于巳辛度以相減截巳辛于卯得卯辛較爲首率以表目相減之較癸寅或丁辛爲二率以兩目相距之較巳丑或戊子爲三率算之得甲庚加自目至足之數得甲乙之高前圖爲進步立重表者後圖爲退步立重表者

以表測地平遠

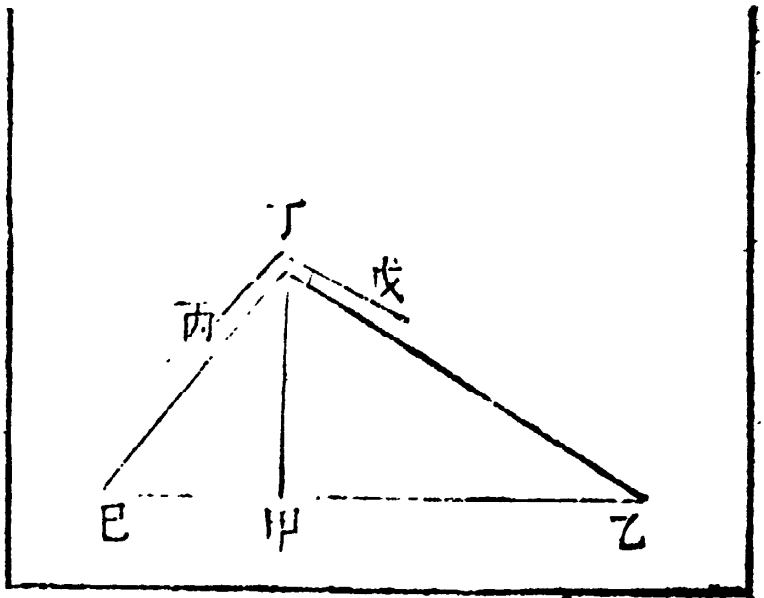
欲于甲測甲乙之遠依地平立丙甲表此表稍矬于身



以便窺望次却立于戊目在丁視表末丙與遠際乙相參直次移丙度于已截取丁已之度爲首率以丙已或甲戊爲次率丙甲表度爲三率算之得甲乙之遠

以矩尺測遠

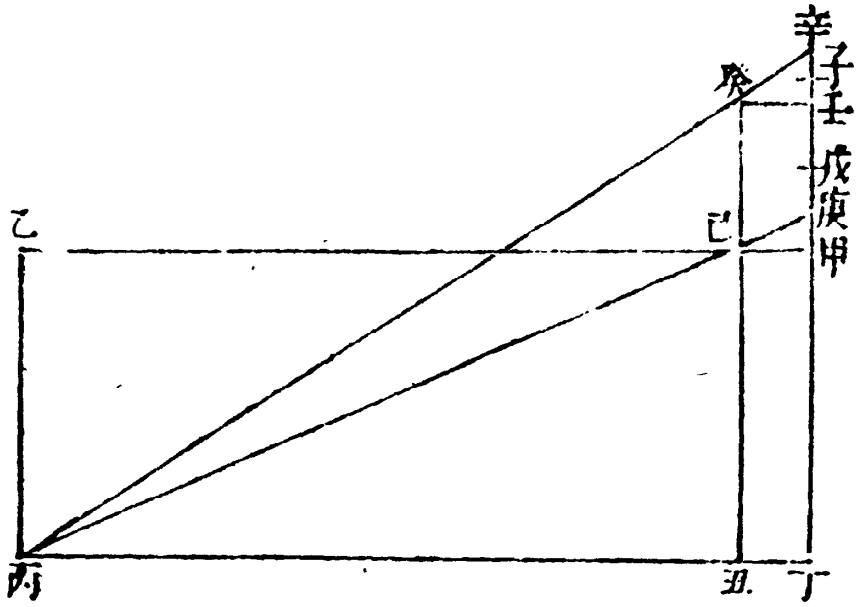
欲于甲測地平遠者先立一表爲甲丁與地平爲直角次以矩尺之丙直角置表末丁上以丁戊尺向所望遠



際之乙稍移就之使丁戊與乙相參直次迴身從丁丙尺上亦望地平之已使丁丙與已相參直乃量已至表下甲爲首率表身丁甲爲次率又爲第三率依法算之得甲乙遠

以重矩兼測無廣之深無深之廣

有甲乙丙丁壁立深谷不知甲乙之廣欲測乙丙之深則用重矩法先于甲岸上依垂下直線立戊甲已句股

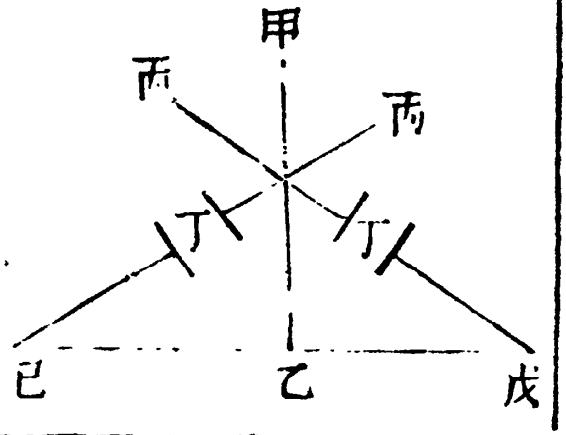


矩尺其甲己句長六尺人從股尺上視句末己與谷底丙相參直以目截取戊甲股上之庚庚甲之高得五尺次又于甲上依垂下直線取壬壬去甲一丈五尺于壬上亦依垂下直線更立一辛壬癸句股矩尺壬癸句亦長六尺從股尺上視句末癸與谷底丙相參直而以目截取辛壬

股上之辛辛壬之高八尺如欲求深者以前股所得庚甲五尺與兩句間壬甲十五尺相乘得七十五尺爲實以兩股所得庚甲辛壬相減之較辛子三尺爲法除之卽得乙丙深二十五尺如欲求廣者以句六尺與兩句間十五尺相乘得九十尺爲實以辛子三尺爲法除之卽得甲乙之廣三十尺 測深法與重表測遠同 測遠法與重表測高同

移測地平遠及水廣

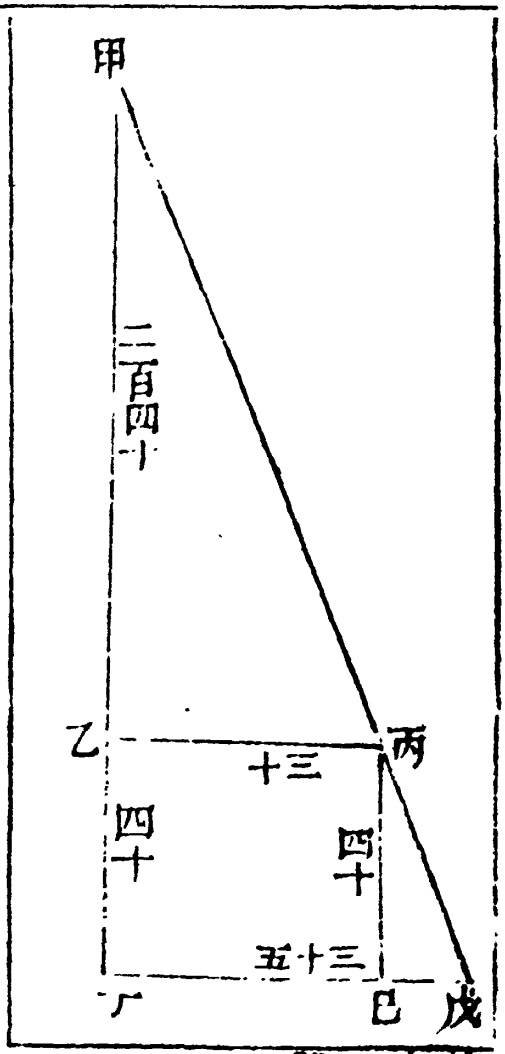
凡測江河谿壑之廣遠身不能至而其傍近有平地與彼相當者立表於乙際爲甲乙與地平爲直角次用一



小尺或竹木等為丙丁斜加表上稍移就所望之戊使丙丁戊相參直次以表帶尺旋轉向平地以目視丙丁尺端所直得己次自乙量至己即得乙戊之數　如不用表即以身代作甲乙表不用尺或以笠覆至目代作丙丁亦便

以四表測遠　前測遠諸法不依極高不得極遠此法能于平地測極遠

遠望一山或城或臺為甲欲測其遠擇平曠處立表　前云



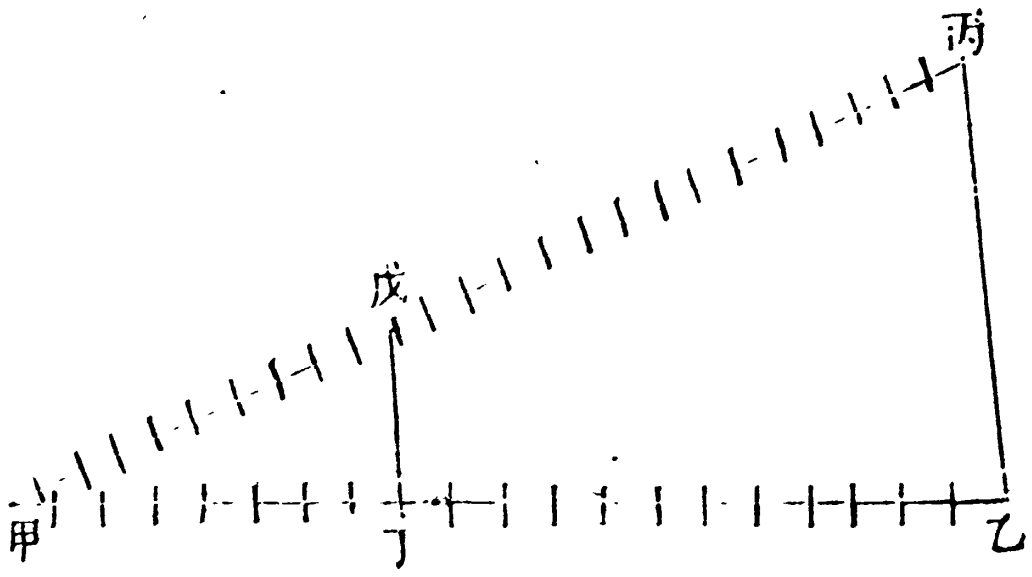
依地平線必依直線取平此不必拘爲乙次任却後若干步更立一表爲丁望兩表與甲一直線次從乙丁各橫行若干步取平方爲四角形其二角爲丙爲巳就丙上更立一表又從丁巳直行若干尺望丙與甲一直線此際立表爲戊乃以乙丙減丁戊之較爲首率乙丁爲次率乙丙爲三率算之得乙甲之遠

假如丁戊三十五乙丙三十相減餘五乙丁四十以五

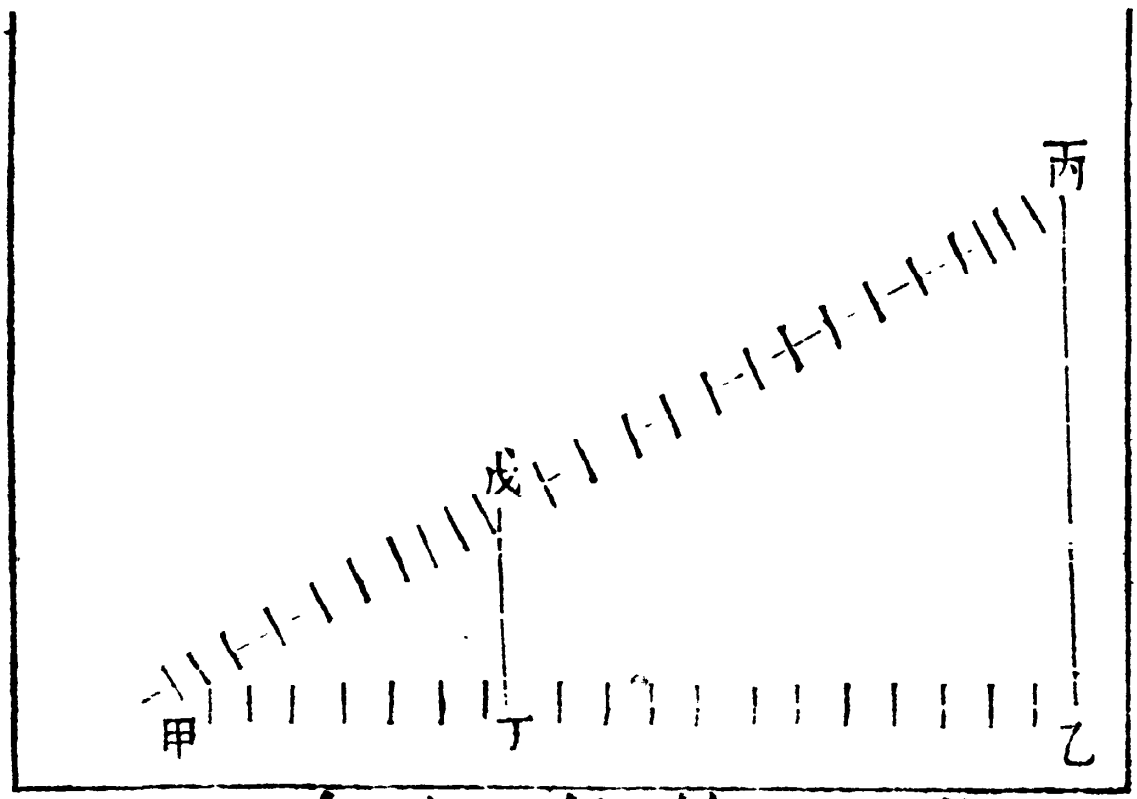
爲首率四十爲次率三十爲三率算之得二百四十爲甲乙遠

測高深遠近不請布算而得其度

凡測量必先得三率而推第四率三率者其一直影度或倒影度其二所立處距所測物之底若不能至者則其影較度或兩測較度也其三表度或距較度也設如測一高其影較八而距較十步其影較八率與表十二率之比例若距較十步與其所求之高四率如不請算法則于平面畫作甲乙甲丙兩直線任相交于甲從甲



向乙用規作八平分爲影較甲丁次用元度從丁向乙規取十二平分爲矩度丁乙次從甲向丙規取十平分爲矩較甲戊（此用度與前兩率度任等不等）乃從戊至丁畫一直線次從乙亦畫一直線與戊丁平行而截甲丙線于丙次取甲戊元規度從



丙向戊畫得若干分即所求之高

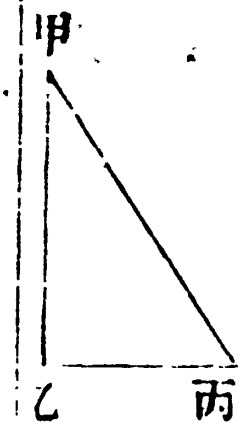
又法若景較七度有半距較八步三分步之一即物高度十三步三分步之二如後圖加目至足高即得全高

附句股略

測量之法專用半矩則句股所必藉也故補入句股以顯測望原本舊法句三股四弦五蓋句自乘股自乘併之即弦自乘數故得句股可以求弦得句弦可以求股得股弦可以求句而引伸其義可以求句股中容方容圓可以各較求句求股求弦可以各和求句求股求弦其變無窮今撮其要者十五則著於篇

句股求弦

甲乙股四乙丙句三求弦以股自乘得十六句自乘得



九併得二十五爲實開方得甲丙弦五　開方法見後篇

句弦求股

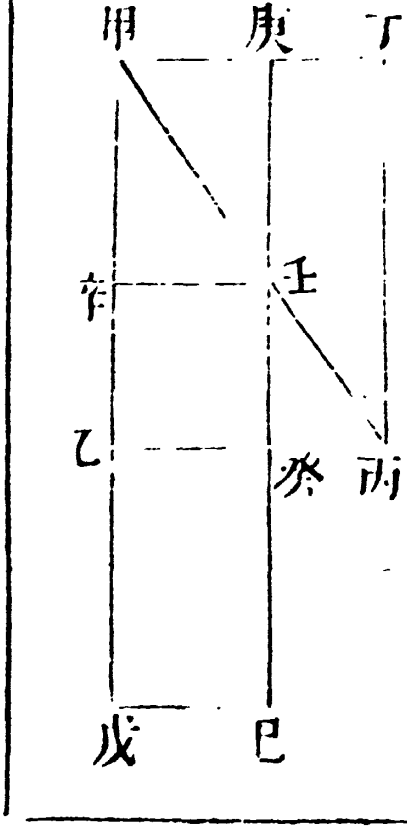
如前圖乙丙句三自乘得九甲丙弦五自乘得二十五相減得較十六開方得甲乙股四

股弦求句

如前圖甲乙股四自乘得十六甲丙弦五自乘得二十五相減得較九開方得乙丙句三

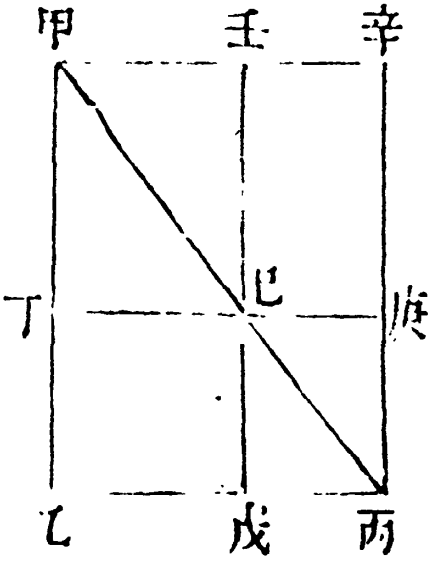
句股求容方

甲乙股三十六乙丙句二十七求容方以句股相乘得甲乙丙丁方形爲實并句股得甲戊長線六十三爲法除之得庚戊長方其辛乙乙癸各邊俱一十五零六十三之二十七約之爲七之三爲句股內所容方形



餘句餘股求容方求句求股

甲丁餘股七百五十戊丙餘句三十求丁乙戊巳容方

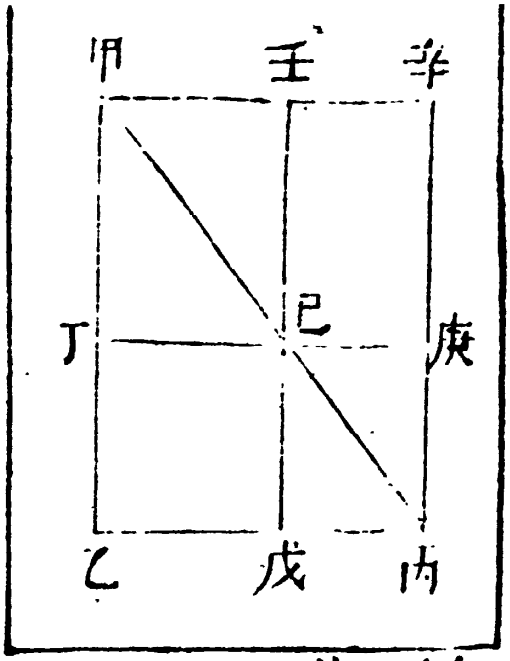


形與丁乙己戌方形等說見幾何原本六卷其羃相同故開方即容方

邊以丙戌句甲丁股相乘爲辛壬己庚方形得二萬二千五百爲實開方得容方乙丁丁己各邊俱一百五十加餘股得股九百加餘句得句一百八十辛壬己庚

容方與餘句求餘股與餘股求餘句

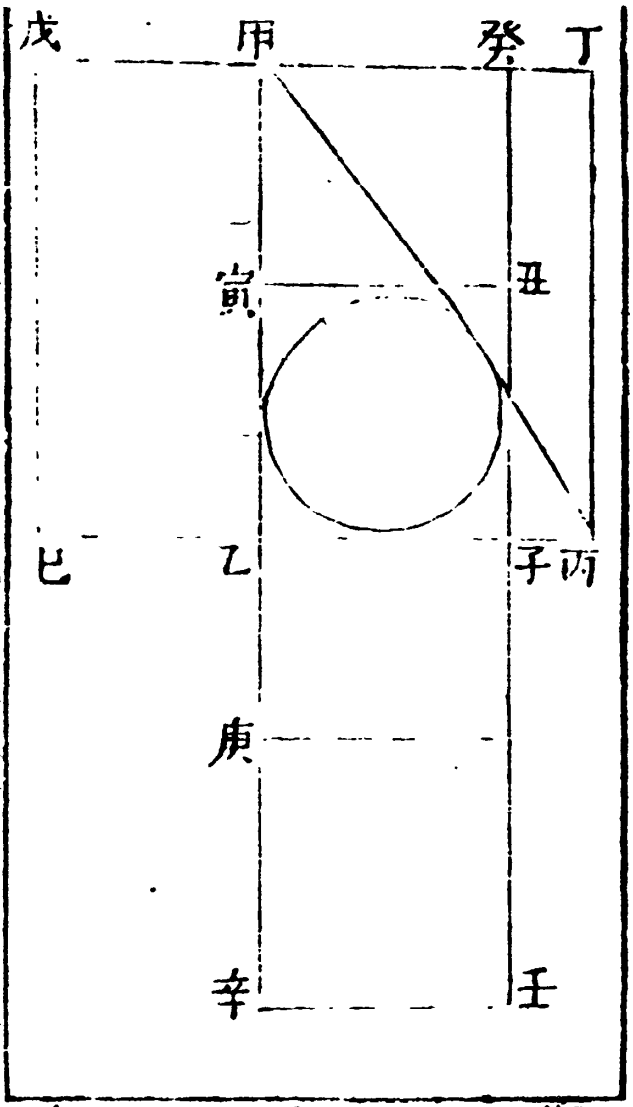
容方丁乙己丁各邊俱一百五十戌丙餘句三十求甲丁餘股以容方邊自乘爲實以餘句爲法除之得甲丁



餘股七百五十以容方與餘股求餘句法同辛巳方之冪既等丁戊方之冪矣開方即容方矣加餘股非全股乎加餘句非全句乎

句股求容圓

甲乙股六百乙丙句三百二十求容圓以句股相乘得一十九萬二千爲甲乙丙丁方形倍之得三十八萬四千爲丙丁戊巳方形以爲實別以句股求弦得甲丙邊六百八十併句股弦得甲辛長線一千六百爲法除實



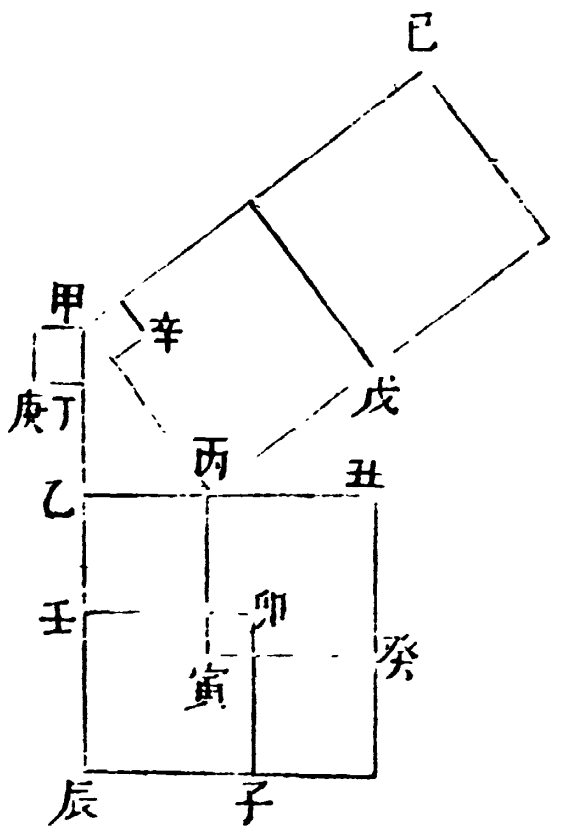
於甲乙線引長之截乙庚與句等庚辛與弦等得甲辛爲弦和和爲法除實即成辛壬癸甲長方形與丙丁戊己方形之冪等而壬癸邊截乙丙句于子癸作子丑寅乙小角方形此各邊名弦和較皆容圜徑亦皆切圜線也詳書徐太史句股義

又法甲乙股六百乙丙句三百二十并得九百二十與得辛壬癸甲長方形其辛壬邊相等之乙子二百四十即容圜徑半徑爲圜心

甲丙弦六百八十相減亦得乙子二百四十

句股較求股求句

甲丙弦四十五甲乙股乙丙句之較爲甲丁九求股求

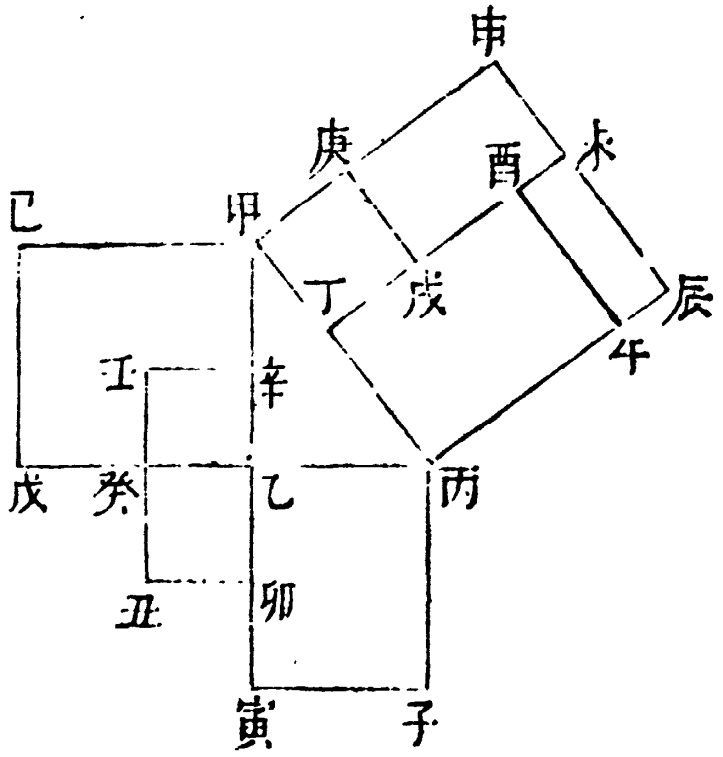


句以弦自乘得二千〇二十五爲甲戊方形倍之得四千〇五十爲已丙方形較自乘得八十一爲甲庚小方形以減已丙之兩弦冪存三千

九百六十九爲實開方得句股和六十三卽丑辰大方形四邊之一也以之加較九得七十二半之得三十六爲甲乙股卽以減較得二十七爲乙丙句丑辰方形內之丑寅方及卯辰方兩股冪也丙壬方癸子方兩句冪也以比甲巳方形只中心多一箇較冪耳故減此開方卽得句股和矣再加較得兩股故折半得股以減較得句

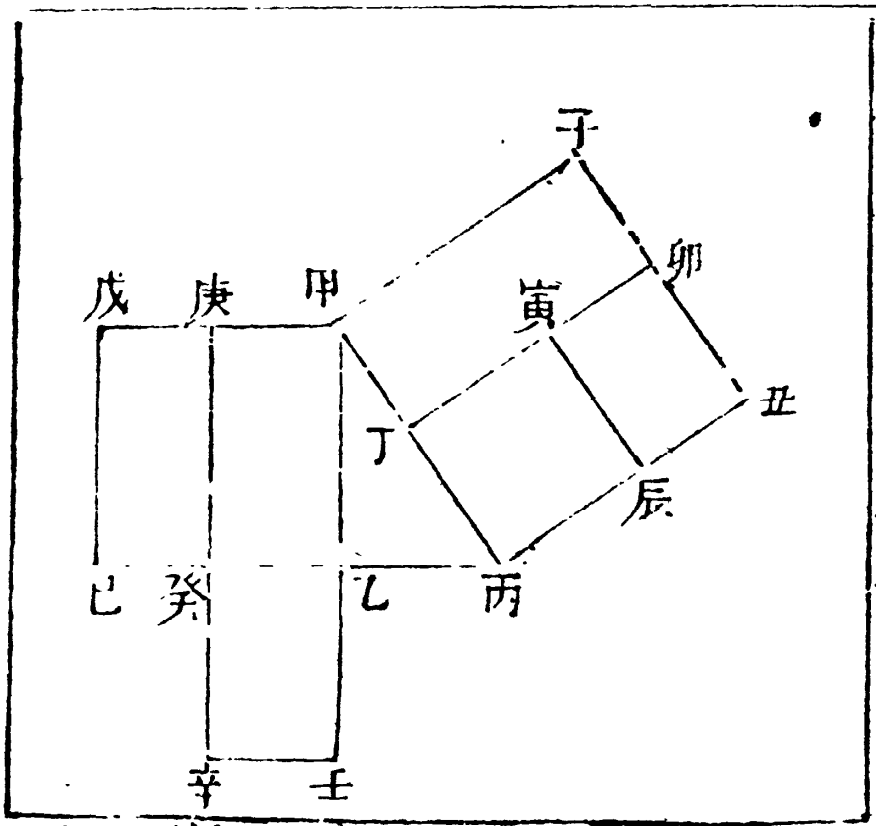
句弦較求句求弦　附弦較和求句求弦
弦和較求句求弦

甲乙股三十六乙丙句甲丙弦之較爲甲丁十八求句求弦以股自乘得一千二百九十六爲甲戊方形較自乘得三百二十四爲庚丁小方形兩方形相減於甲戊方內去



其等庚丁方之辛癸方即得甲壬戊之磬折形存九百七十二爲實倍較乙寅爲法除之得乙子長方形其丙乙之邊二十七爲句以加較得四十五爲甲丙弦乙子方何以等于甲壬戊形之實也蓋加一同較冪之乙丑形以戊子卯癸之磬折形即與股冪甲戊方形等也又甲辰方形弦冪也內兼句股二冪試照庚丁較冪分作庚未未午午丁三形其申未及酉戌較也庚申及未戌及未辰及午酉及丁丙句也庚未形未午形相併句

冪也庚丁形丁午形相併股冪也各加較冪則甲戌午之磬折形與子卯癸之磬折形等亦與甲戌股冪等內各減較冪則乙子方形即甲壬戌磬形矣



又法股自乘得甲巳方形一千二百九十六爲實以句弦較甲丁十八即同乙癸爲法除之得甲壬之句弦和七十二加較得九十半之得弦四十五減較得句二十七甲壬倘以知爲句弦和蓋弦冪甲丑形內

既兼句股冪矣試以甲丁之度移于子卯又移于丑辰于卯寅分爲三方形其丙丁寅辰形句冪也則甲卯卯辰兩形併卽股冪也亦卽甲辛長方形也子卯也卯寅也甲庚也皆較也甲子弦也卯丑句也故甲辛形內之甲壬線爲句弦和

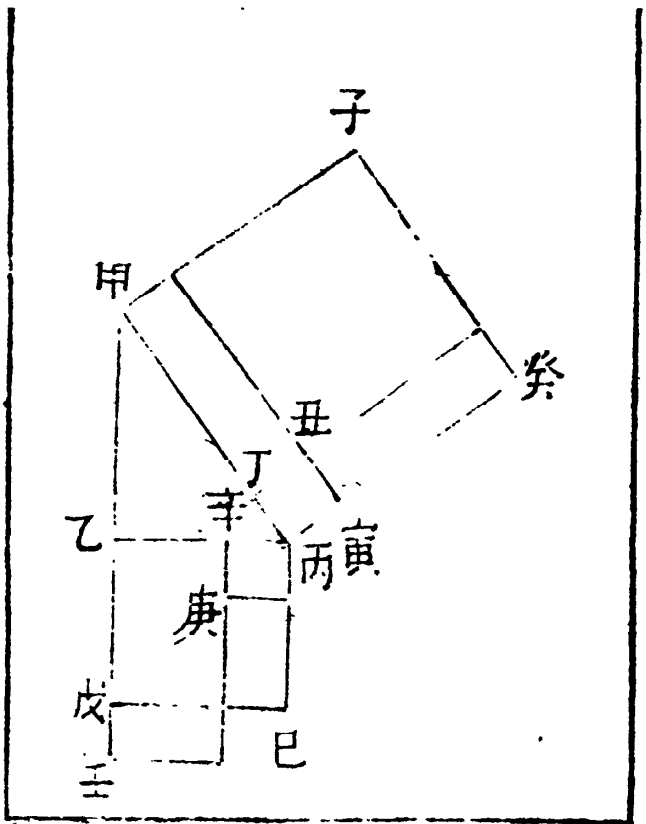
若以股與弦較和求句求弦者股自乘爲實次以股減弦較和餘卽句弦較除實得句弦和乃以加減同前

若以股與弦和較求句求弦者股自乘爲實以股減弦和較餘卽句弦較除實加減同前

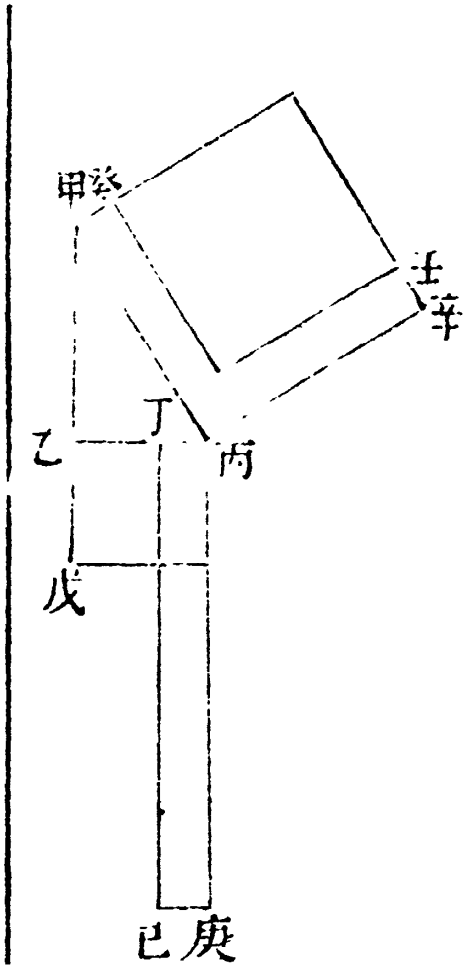
股弦較求股求弦　附弦和較求股求弦　弦較較求股求弦

乙丙句二十七甲乙股甲丙弦之較爲丙丁九求股求

弦以句自乘得乙巳方形七百二十九較自乘得丙丑方形八十一丙庚同相減存乙庚巳磬折形得六百四十八為實乃倍丙丁較為辛乙線以為法除實得辛壬方形其乙壬邊三十六即甲乙股數以加較得甲丙弦四十五弦冪甲癸方形內兼句股二冪試依丙丑較冪線分作甲丑形丑癸形丑子形即丑子為股冪而餘為句冪之實也甲丑與丑癸併圌與乙庚巳磬折之形等亦與辛壬長方之形等而辛乙兼丁丑丑寅之兩較甲丁及寅癸均為兩股合併成乙壬之股



又法句自乘得丙戊方形七百二十九爲實以丙丁較九爲法除之得丙已方形其丙庚邊八十一爲股弦和加較得九十半之得弦四十五減較得股三十六



丙庚線何以爲股弦和也甲丙弦冪內兼有句股二冪試依丙丁較截作丁辛形丁癸形癸壬形即壬癸方形爲股冪而餘爲句冪亦即丙已長方形之實也夫甲癸也壬辛也庚已也均較也而甲丁之股丙辛之弦併之非丙庚乎故云股弦和

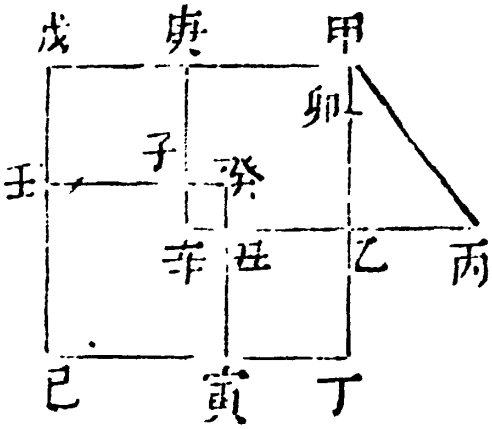
若句與弦和較求股求弦者句自乘爲實次以句減弦

和較餘即股弦較除實得股弦和乃以加減同前

又句與弦較較求股求弦者句自乘爲實以句減弦較較餘即股弦較除實加減同前

句股和求股求句

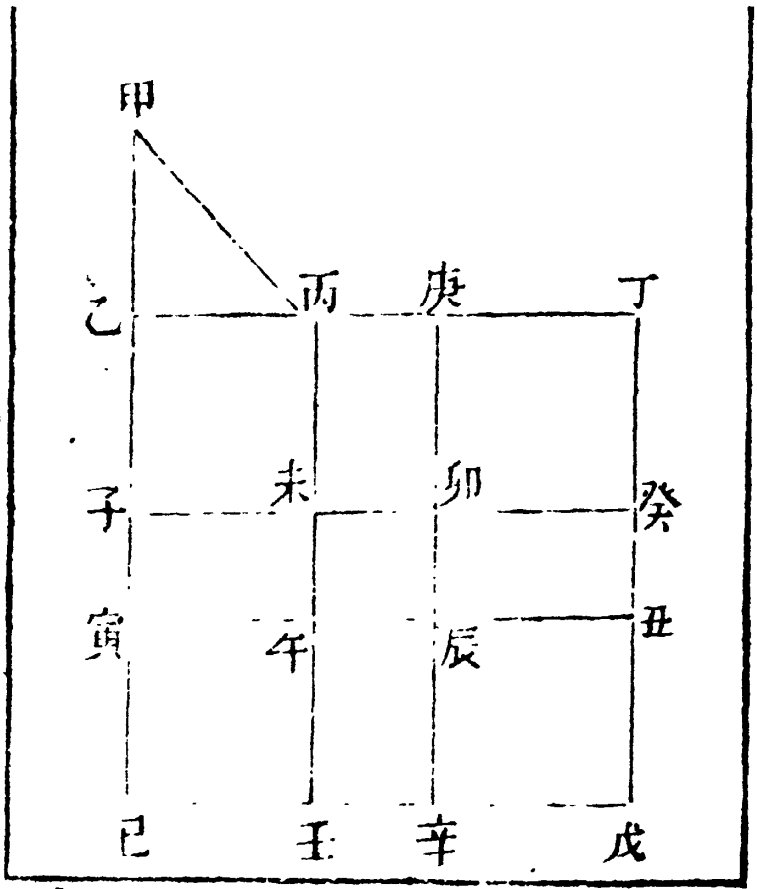
甲丙弦四十五甲乙乙丙句股和六十三求句求股以弦自乘倍之共得四千〇五十句股和作甲丁線自乘得甲己方形三千九百六十九相減得八十一開方得句股較甲卯九加和得七十二半之得甲乙股三十六減較得乙丙句二十七句股和自乘爲甲己方形此形內函甲辛及癸己之兩股冪乙



寅及庚壬之兩句冪而中間重借一癸辛小方形正其較冪若以弦自乘只得一句一股冪倍之當得兩句兩股冪今以減甲巳方形少一較冪之癸辛形故以癸辛開方得較也

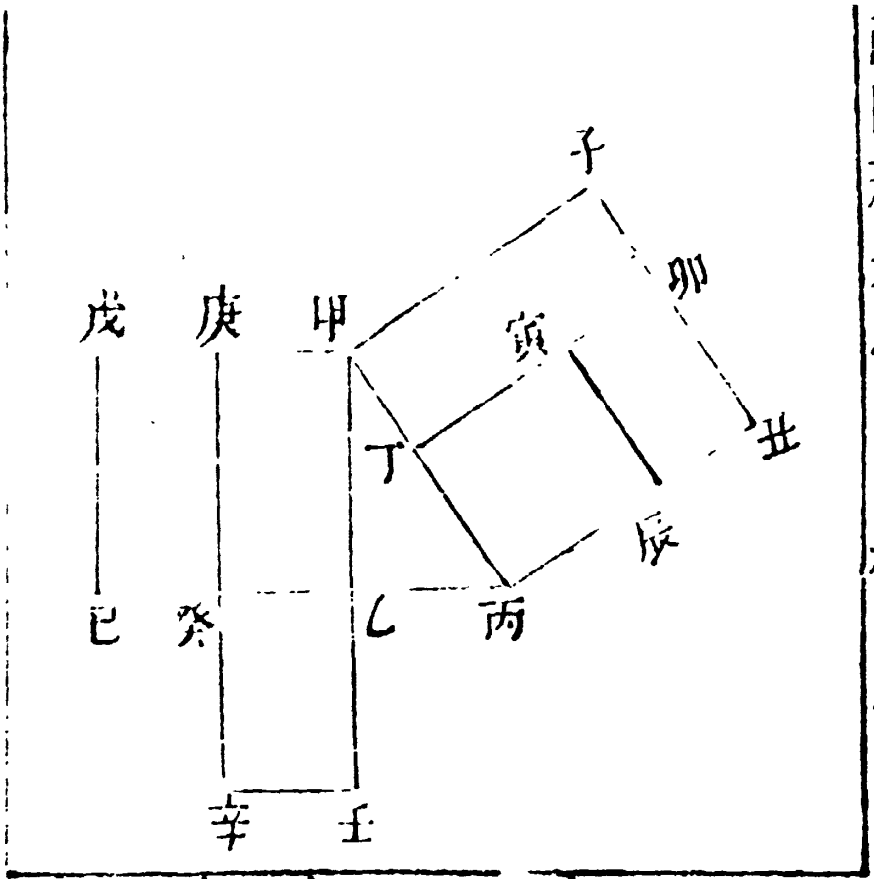
句弦和求句求弦　附弦和和求句求弦
弦較較求句求弦

甲乙股三十六乙丙甲丙句弦和七十二求句求弦以股自乘得一千二百九十六又以句弦和作乙巳線自乘得五千一百八十四爲乙戊方形次用股冪減之就乙



戊大方內減去庚壬長方餘三千八百八十八即丁辛及丙巳兩長方形半之得一千九百四十四爲實以句弦和乙巳爲法除之得乙丙句二十七以減和得甲丙弦四十五何以知庚壬長方爲股冪也試于乙戊方之乙巳線以句度截之取子寅二點作子癸線寅丑線又照取丙庚二點作丙壬庚辛二線則一形內四隅有句冪四中央有較冪一而四正又有庚未辰壬未寅癸辰爲句較相乘之冪亦四也夫一句一較相併爲弦則卯巳之方形爲弦冪而弦冪之內存一午巳之句冪

而此外子午辛之磬折形卽爲所減之股冪茲以庚未形代子午形則庚壬圓所減之股冪突此丁辛丙巳兩形所以爲減餘形也半之卽丙巳形次以乙巳線除之



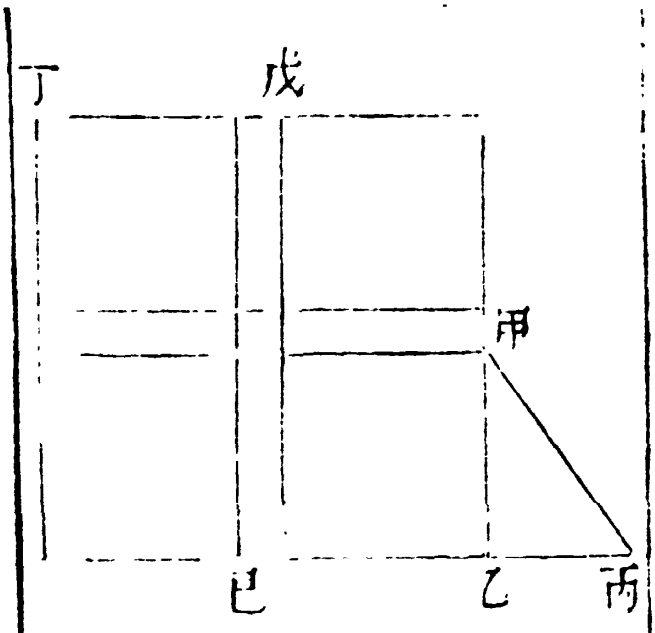
又法股自乘得一千二百九十六以句弦和七十二爲法除之得十八爲句弦較加句弦和得九十半之得四十五爲句弦減較得二十七爲句此與前句弦較求句求弦又法同理

若以股與弦和和求句求弦者既得股自乘之數乃以股減弦和餘卽句弦和除之得句弦較加減如前因多一股故用一減

又股與弦較較求句求弦者股自乘爲實以股併弦較較卽得句弦和除實加減同前

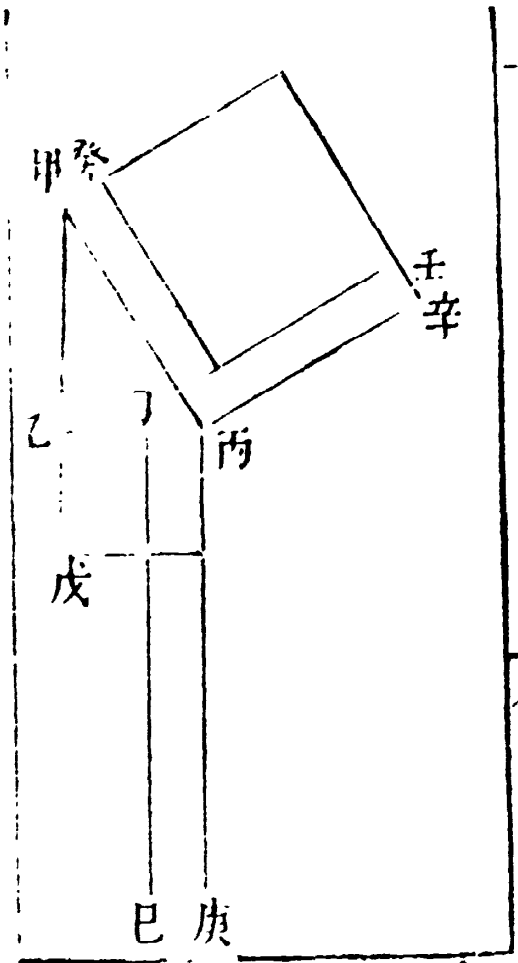
股弦和求股求弦　附弦和和求股求弦　弦較和求股求弦

乙丙句二十七甲乙甲丙股弦和八十一求股求弦以句自乘得七百二十九股弦和自乘爲乙丁方形得六千五百六十一乃以句冪相減去戊巳長方形存乙戊



方及丁巳方得五千八百三十二半之得二千九百一十六爲實以和爲法除之得甲乙股三十六以減和得甲丙弦四十五

大方形內之戊巳句羃也餘論同前



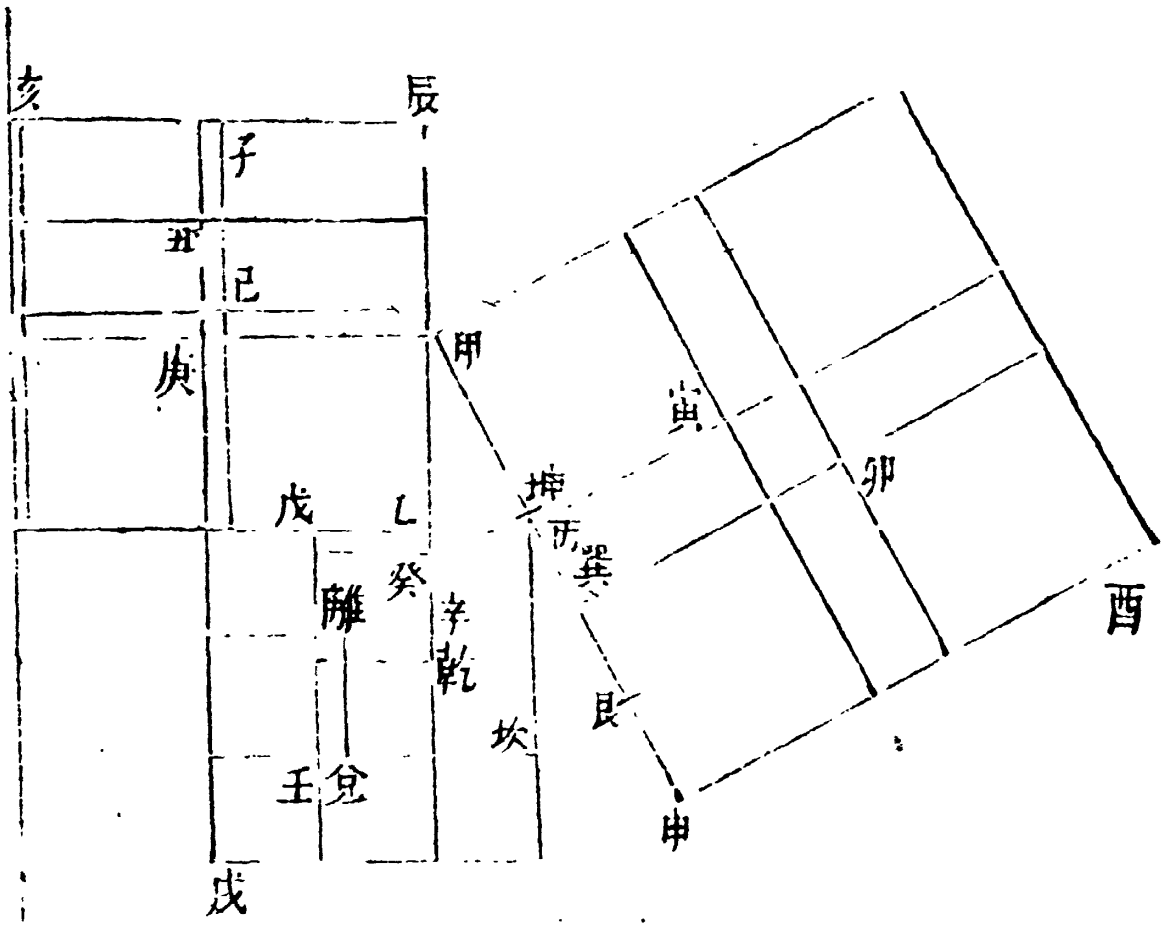
又法句自乘得七百二十九以股弦和八十一爲法除之得九爲股弦較加股弦和

得九十半之得四十五爲弦減較得三十六爲股此與句弦較求句求弦又法同理

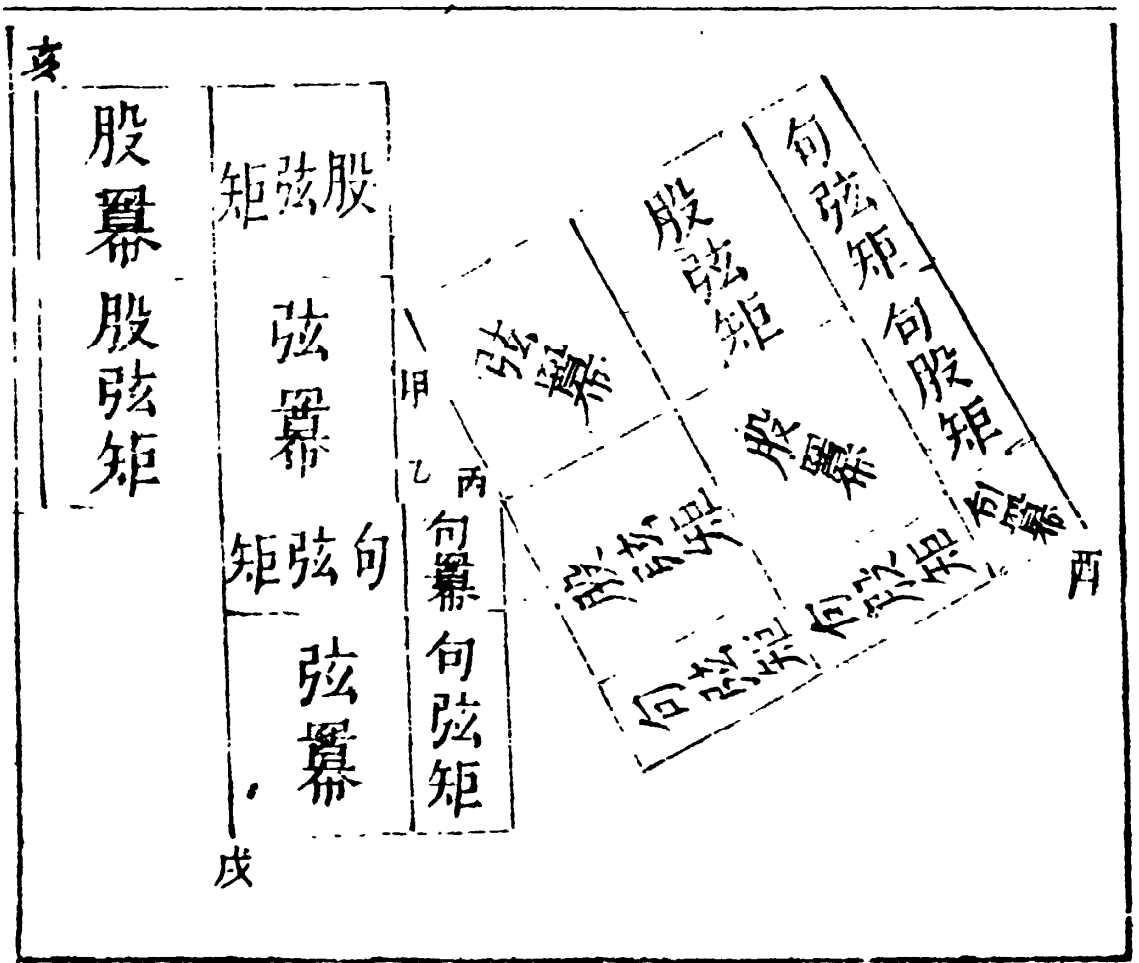
若以句與弦和和求股求弦者句自乘爲實以句減弦和和仍得股弦和除之餘如前亦因多一句故用一減若以句與弦較和求股求弦者句自乘爲實句和相併即股弦和除之

股弦較句弦較求句求股求弦

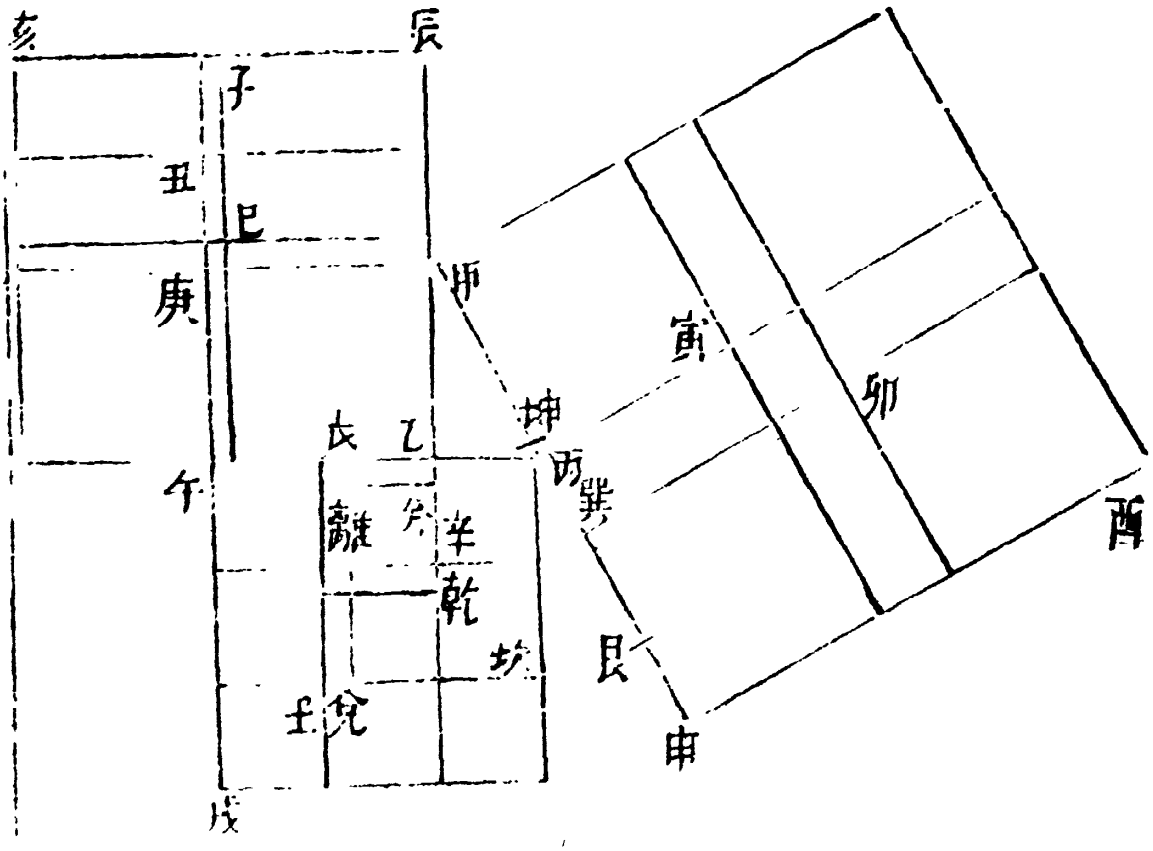
甲乙股甲丙弦較二乙丙句甲丙弦較九求句求股求弦以二較相乘得十八倍之得三十六爲實平方開之



得六爲弦和較加句弦較九得甲乙股十五加股弦較二得乙丙句八以句弦較加句或股弦較加股得十七爲甲丙弦要者此最在求弦與句股和之較法以二九互乘是乘兩次也故倍之戊癸及子丑長方形是也倍之而開方得六即弦和較矣然所爲



以三十六開方爲弦和較者何也蓋一弦之冪當兼有句股兩冪今試于甲乙股線引之加甲辰之弦亦于丙乙句線引之加乙午之弦于甲丙弦引之加丙艮之股艮申之句此三線者各以自乘爲三大冪則弦兼句股之冪比諸股弦與句弦相併之冪共欠四十九數而此四十九爲合減之數就于多冪中心減之所餘三十六即開方之弦和較何者試取三大冪而各以元



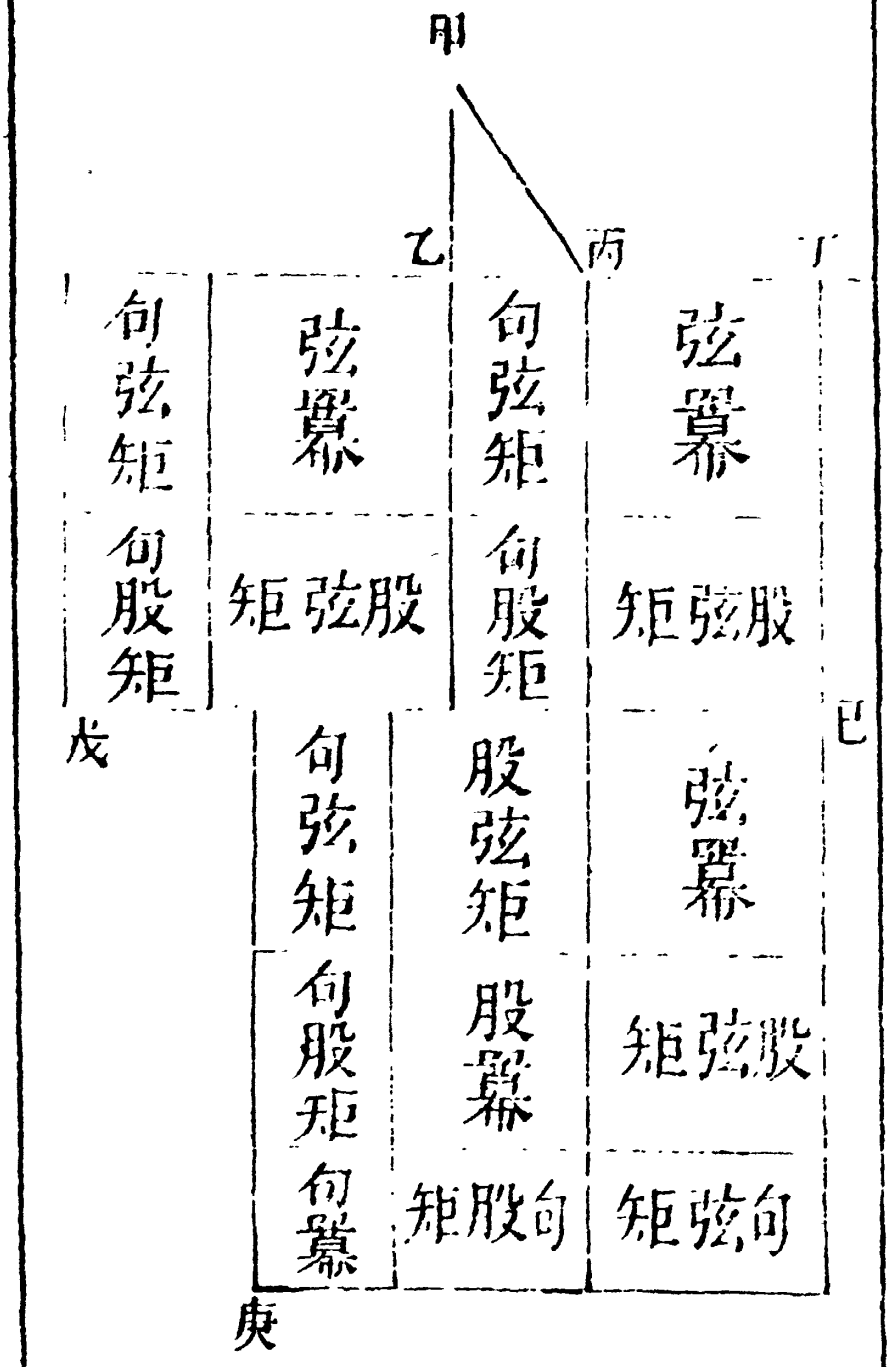
設之句股弦分之爲諸小冪相當相抵其甲酉冪內多句股矩之形凡二其丙戌或乙亥冪內多弦冪一以此兩多之形又相當抵所差者有四十九數而原設股弦較九相減餘二句弦較九數而股弦較亦相符七自乘之數亦相符焉至于中心減之而餘三十六者蓋又有說試以股弦較二自乘得泗爲巳庚方形以句弦較九自乘得八十一爲辛壬方形併得八十五而以四十九減之餘去乾兌

形其餘形之乾離離壬及已庚形合三十六即前二九五乘戊癸子丑之數也用此開方得六以作寅卯方形令于甲酉方減此寅卯而戊方亦減辛壬而乙亥方亦減已庚則其弦兼句股之冪不等于股弦句弦之二冪乎壹甲酉四隅四弦冪也乙亥四隅四股冪也丙戊四隅四句冪也所謂弦冪兼句股冪者既相當抵而甲已辛坎兩形併亦與寅巽方形相當中心除出乾兌之四十九而乾離離壬及已庚又與寅卯相當故以寅卯開方求之而弦和較得焉夫丙巽即寅卯邊也在甲丙巽申兩弦之間者也丙距申爲句股和則丙截巽爲弦和較明矣已得弦和較即以元設兩較相加而句股弦皆可得矣加九者巽距艮也艮申爲句而艮丙爲股也加二者丙距坤也坤甲爲股而巽坤爲句也以巽艮益艮申以丙坤益坤甲皆弦也

句弦和股弦和求句求股求弦

甲丙乙丙句弦和七十二甲乙甲丙股弦和八十一求

句求股求弦以兩和相乘得五千八百三十二爲乙巳長方形倍之得一萬一千六百六十四爲丁戊大方形以爲實平方開之得甲丙句弦矩其形與乙巳庚邊一



百〇八爲弦和和求乙丙句者以股弦和減之得句二十七求甲乙股者以句弦和減之得股三十六欲求弦者以句股和減之得弦四十五已庚形與丁戊形等其丁戊全形內有弦冪二股弦矩形及句弦矩形各二與已庚方形內諸形比各等其丁戊形內餘一句冪又相形內亦餘一股冪又相等故已庚形之各邊皆弦和和

論曰句股弦三合成形錯綜立義句股相減其差曰較句股相併其名曰和股弦之差曰股弦較句弦之差曰句弦較併句股與弦較其差曰弦和較句股之差與弦相減其差曰弦較較股弦相併曰股弦和句弦相併曰

句弦和句股之差併弦曰弦較和句股弦併曰弦和和句股各自乘併之爲弦實故開之得弦句弦各自乘減餘爲股實故開之得股股弦各自乘減餘爲句實故開之得句句股和自乘倍弦實相減開其餘即句股較也句股較自乘以減倍弦實開其餘即句股和也併句弦以除股實得句弦較若以句弦較除股實即得句弦和矣併股弦以除句實得股弦較若以股弦較除句實即得股弦和矣句股和自乘減弦實除以弦較較得弦較和矣除以弦較和非即弦較較乎句股較自乘減弦實

除以弦和則得弦和較矣除以弦和較非即弦和和乎句乘股爲實併句股爲法除得容方徑句乘股倍之句股求弦併之除得容圓徑容圓之徑即弦和較也又錯綜論之句爲主以加股弦較即弦較以減股弦較即弦和較若加弦較和又即股弦和也股爲主以加句弦較即弦較和以減句弦較即弦和較若加弦較較又即句弦和也句股較爲主以加股弦較即句弦較若減股弦和亦即句弦和也句股和爲主以加股弦較復得句弦和若減股弦和亦得句弦較也至若諸較諸和法

相因配連綴減半恆得所求若取句股較以加句股和半之得股以減句股和半之得句若取股弦較以加股弦和半之得弦以減股弦和半之得股取句弦較者以加句弦和半之得弦以減句弦和半之得句取弦和較者以加弦和和半之得和以減弦和和半之得弦取弦較較者以加弦較和半之得弦以減弦較和半之得較加減乘除圜變不滯神而明之存乎其人遠近高深方圜弧矢準此而推亦在乎熟之而已

開平方法第十二

凡平方開者依除法列位先審當以幾位除盡列實自末位下點記之每隔位一點每一點卽定開下一位乃從左位起用自乘開除凡點在左首位下者以一字取數自乘（如係九數則用三除三三見九除盡之類）若點在左次位下者以二字共取一數自乘各除之（如係一六則用四除四四一十六除盡之類）是爲初商以紀格右亦註首點之下兩相呼除不盡者作餘數再商（如係二十者用五則廿五矣是不可也須用四自乘得十六外剩四作餘數以再商除之）倍初商爲廉法註初點初商之次位若干以除上位視其可得幾轉以定次商若干註次點之下爲隅法亦紀于

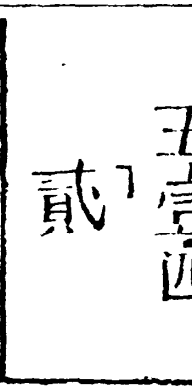
格右先與廉呼除若干再與隅呼除若干有不盡者再倍廉法商除如前若剩數僅及開數一倍以下以法命之開者一面數也加倍又加一數乃得二面是于小平方外添一句股爲大平方若不及加倍增一總是不滿方面即以加倍增一爲母餘數爲子命曰幾分之幾

列式

列實二千一百一十七萬八千四百〇四凡八位從末位點起每隔一位用一點共四點知用四位開盡

四	肆

此首位無點而點在次位者以二一相連



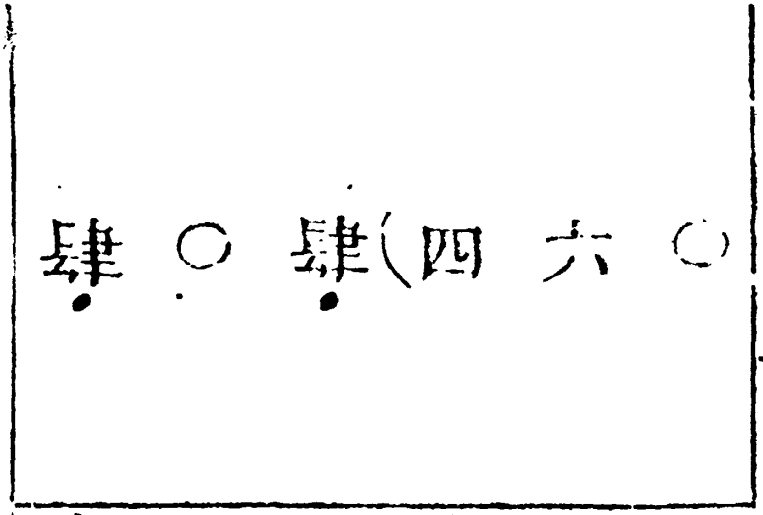
且作二十一數只一字開之
初商用四除註點下亦紀格右四四乘之
除一十六尚剩五　四上一變五完首段
除實一千六百萬尚餘五百一十七萬八
千四百零四
既用四自乘除剩五矣第二段所點從五至七凡三位
且只作五百一十七而商以從簡便先立廉法須倍前

商數前係四則此倍作入註入于次位之下如以八而除五十一者然也乃商五十一有幾箇八該得六紀六

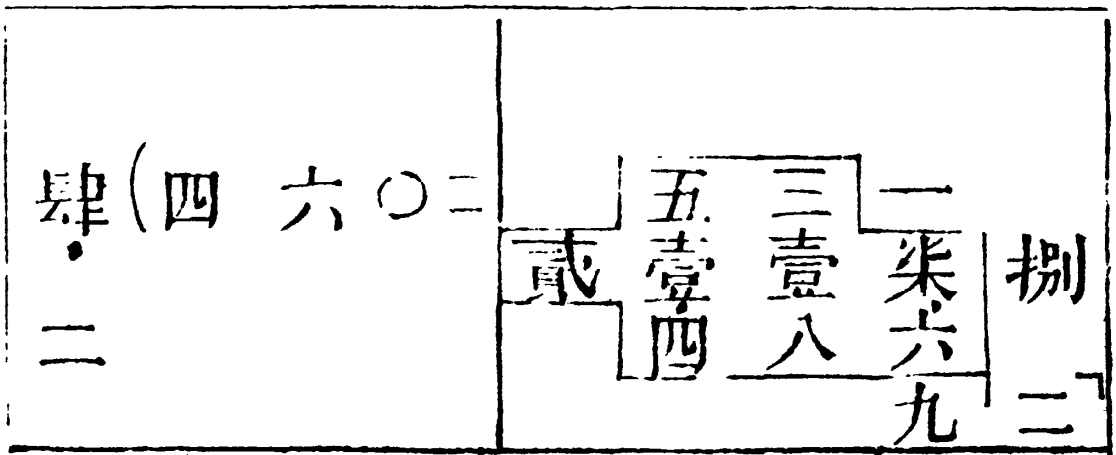
六	
四	肆
○	肆
捌	
一	柒六

于格右四字之次亦註次點下爲隅法如八十六者然乃與次商相呼先呼六八除四十八剩三數八上一變三尚剩三十七又以六六相呼要見六於三十七內恰好否若可除則用六如總數不足則每減一數以就之如前除法相似所謂商也此呼六六三十六尚剩一六上七變一完次段

除實二千一百一十六萬餘實一萬八千
四百零四依再商之

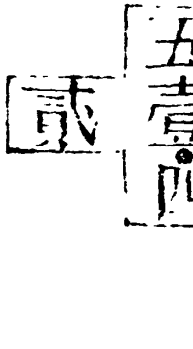


次于所剩之一除起因此第三點管
到四字止則自一到四作一百八十
四除之其格右四六乃四十六倍作
九十二列次下爲廉法列式且讓四



下之點不填以待所商之隅法而列二于八下列九于一下凡廉法商法寫式皆倣此九不可除一作〇于格右四六之次以存虛位餘皆抹之另商第四點所用仍剩一萬八千四百四竟以一數開畢

前所用四六〇是四百六十仍再倍爲廉法當作九百二十數讓空四下所點一位不填以待隅法而列九于八下列



二于四下列〇于〇下乃先以九除一八看得若干乃二九一十八也當用二爲商右紀二亦註于所點四下爲隅法如九百二十二者然乃以相呼首以二乘九除十八次以二乘二除四次〇不必除次又以二乘二除四恰盡凡開方每面四千六百零二若欲還原用自乘法

又有開方不盡者

具式于後假如列實四億五千六百七十八萬九千〇一十二數凡九位從小數間點至大數共五點該以五位開盡

(二)貳〇玖捌柒陸伍

首點在第一位下只以本一位開之首位係四當用二盡二之自乘四也系二于四下右紀一爲初商相呼二二除四完初段除實四億餘實五千六百七十

肆二

八萬九千一十二俟再商

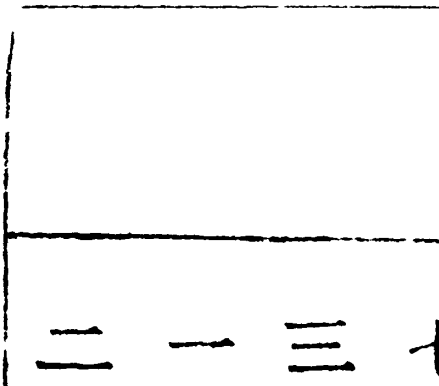
次除五六且作五十六以從簡便倍初商二作四爲廉法讓點下一位系四于五下乃商以四除五得幾轉四除五只一轉右紀一亦註一于點下先呼一四如四五除四剩一四上五變一次呼一一如一六除一剩五也

一上六變五完二段除實四億

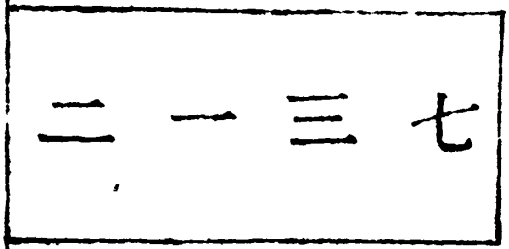
(一二)貳壹〇玖捌

五陸

三　一伍四　四千一百萬餘實一千五百七
一　肆二　十八萬有奇另商
(二)　次除一五七八之一段且作一千五百七
貳　十八而商因前商二一是爲二十一今倍
壹　作四十二爲廉法空有點之八以待隅法
〇　而系二于七下系四于五下要商四除一
玖　十五凡幾轉計得三轉卽用三數爲再商
九捌三　紀格右亦系三于有點八字之下先呼三
一柒二　四一十二于十五內除十二則抹五改三

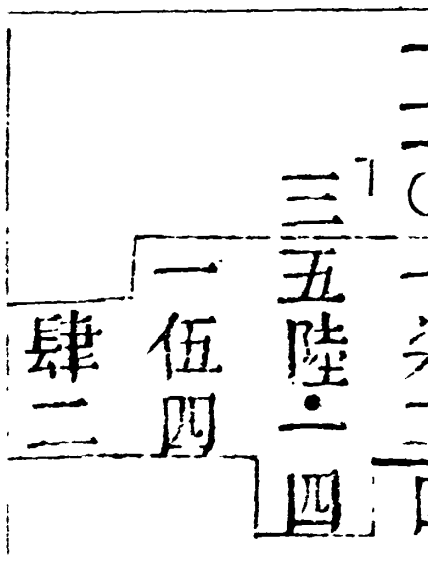


三五陸一四進抹一又呼三二是六于七內除六尙剩一則抹七改一又呼三三是九于八內除一伍四肆二九依借法抹八改九進位一變〇定三段餘實三百九萬九千有奇



次除三〇九九〇之一段因前用二一三是爲二百一十三今又倍其數作四二六爲廉法空有點之〇而于九下系六于進位九下系二于〇下系四先以四商上三〇看四除三十凡幾轉

七三一二



該七轉則用七紀七于格右亦系于有點〇下以相呼先呼四七二十八于三十內除二十八尚剩二數四上〇變二進抹三次呼三七一十四于廿九內除十四二上九變五進位二變一次呼六七四十二六上九變七進位五變一次呼七七四十九依借法七上〇變一進位七變二完四段餘實一十一

萬二千一百一十二另開

次除一一二一一二總作一段前已用二一三七是爲二千一百三十七今倍之當作四二七四爲廉法空有

二　點之二而于進位一下系四于又進之

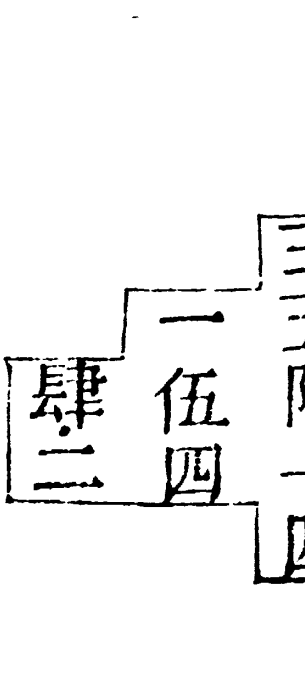
七　一下系七于進二下系二于進一下系

三　四先以四商上一十一看除該二轉則

一　用二紀格右亦系二于末位點下而先

呼二四爲八以除一十一餘數三乃抹一改三進抹一次呼二

二
八貳二



二爲四依借法三上二變八進位三變二又呼二七一十四依借法七上一變七進位八變六再呼二四爲八依借法四上一變三進位七變六又呼二二爲四依借法二上二變八進位三變二完第五段除實四億五千六百七十六萬二千三百八十四餘二

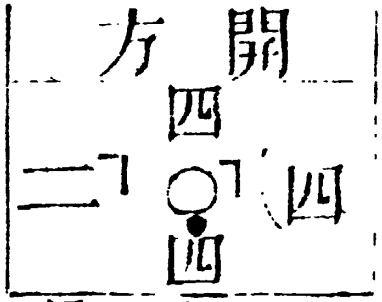
萬六千六百二十八爲不盡數

右開方二萬一千三百七十二以自乘得四億五千六百七十六萬二千三百八十四併入餘數二萬六千六百二十八得原數

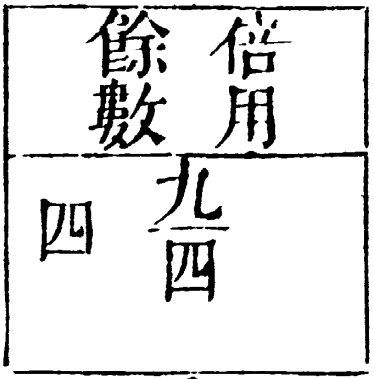
開平奇零法第十三

凡開平方法有可盡者如十六用四除盡如二十五用五除盡是也亦有必不可盡者假如列實二十者用四除去十六尚餘四此所餘之四將何術以開之其法依

除法立子母數倍用數爲廉法外加一爲隅法併爲母而以餘數爲子乃以原所用開之數依母數化之而併子數俱以爲子乃以母自乘子亦自乘以取開方而以小數除其大數視其所得之數若干即開盡數若原數內更有未盡者再法開之



用四開之剩四是爲九

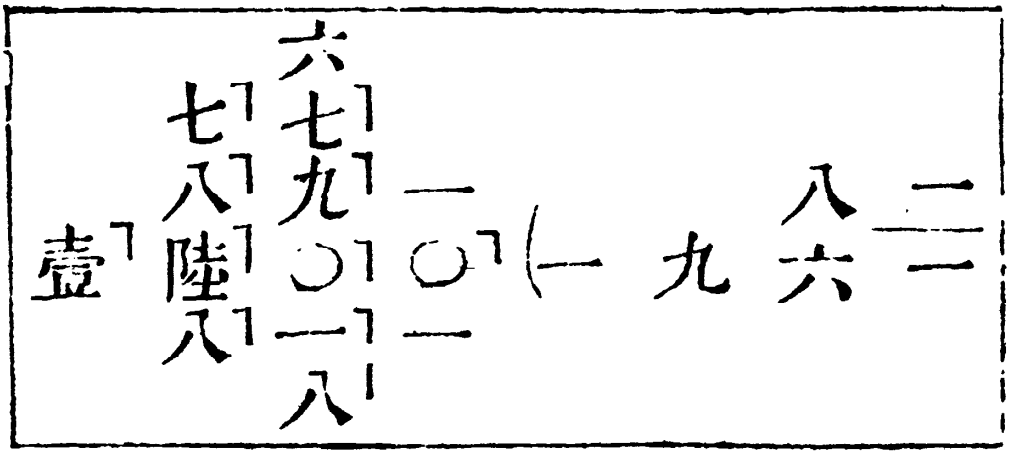


倍用數得八加一爲母共九而以餘數四爲子次以用數乘母共三十六併子四共四十

之四十也

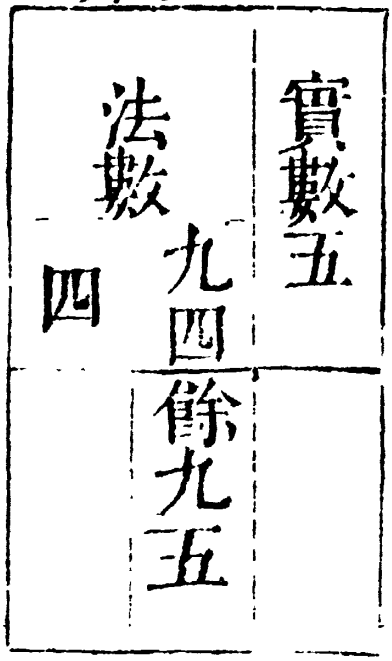
母子再各自乘

母九自乘得八十一子四十自乘得一千六百因自乘便見開方



以八十一而除一千六百得一十九零八十一之六十一爲開方之數尚有未盡另法具後

右法于二十數內開過一十九零八十一之六十一比前但開除一十六者所得多矣然尚餘八十一之二十未盡另立一法開焉用盈不足對稽如前用四自乘盈四也又如用五自乘乃得二十五是又不足五也以不足五對前四又九之四而以少除多以五爲實以四又九之四爲法除之



五內除四餘一依前法化一爲九內又除四餘五是九之五也乃以前四零九之四者而倍之爲八零九之八併入今

餘九之五共得九四

九零九之四其倍之爲除法也併入今餘又用盈不足相併

今餘九五　五八併得十三除一九是一整數尚剩九之四

原餘九八　九四併得九

次取九零九之四以除前所餘未盡八十一之二十依化法整九與母九相乘得八十一併入子四共八十五是爲九之八

前數	一〇	一〇	兩母乘得六
八二		八二	千八百八十
五	倒位	五	五兩子乘得

十五又倒位

相對母乘母

子乘子　後數九　一百八十

八　八九

又以母子乘出之數與原乘出數存九之四十對列而以兩母相乘爲母次以子母互乘各爲子而

五　八　八
六　八
一　八　〇

乘得
九　六　五
一　〇　一　六　二　〇
六　〇

兩母數以九乘六千八百八十五得六萬一千九百六十五爲共母其子數以六千八百八十五乘四十得二

併之原存盈數也今乘出數不足也亦相併

				五	六	九	一	六
				〇	二	〇	七	七	二

併得

				五	六	九	一	六
				〇	二	〇	七	七	二

原剩數九四〇

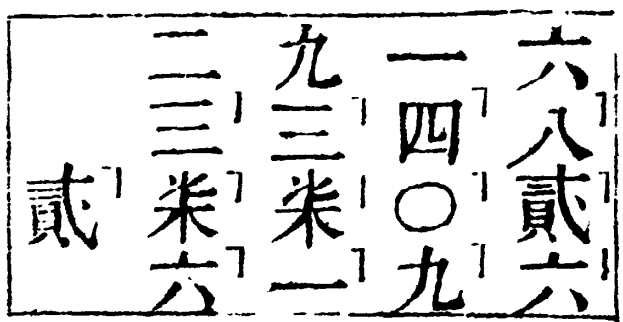
乃以母數除子數各得四零六萬一

				四	五	七	二

十七萬五千四百以九乘一百八十得一千六百二十而併其子

				五	六	九	一	六	二
				〇	〇	一	九	一	〇
				〇	六	一	九	一	四
				五					

千九百六十五之二萬九千一百六十約之即十七分之八也爲開方帶零數



若欲知其已于二十數內除過幾許即將四零十七分之八自乘之依法先以四各化爲十七加入俱爲子數而仍以十七爲毋毋子各自乘以見開方毋自乘得二百八十九子自乘得五千七百七十六而以毋數除子數即見依除法已開平

七　以十七化四得七六
一　八六十八加八得一七
四　七十六俱子數

九五
八八
二二
九
一

五陸九

八六八柴九八

二三〇八九柴八二

一二三伍二

九
六　七　八　一
七　七　五

自乘出

一十九零二百八十九之二百八十五較前十九零八十一之六十一遠矣尙餘二百八十九之四未盡欲盡之再依前法開除

又法以四開二十因用四開之不盡乃用四零二之一以求之以所用數四倍之八爲母以不盡數爲子四又約之而以通法悉化其用數以

倍之 八四
四

倍用數四爲八以作母而以不盡數四作子爲子

約之 二一
四

化之 二九

原二爲母其子則二四爲八加一成九以子各自乘小數除大數

四二
○

以母之四除

自乘四一八　毋二自乘得四子（二）

九自乘八十一　壹　得二十數不足四之一

另置四之一爲實將前四零二之一倍數得九爲法除之依法以九立一爲毋倒位乘以併毋互乘求子而以兩子對減

前數	二三
四	
倍之	
九	
原剩	四一
倒位	九二

乘得

六
三
一

併毋	二九
互乘	六
	三
	一

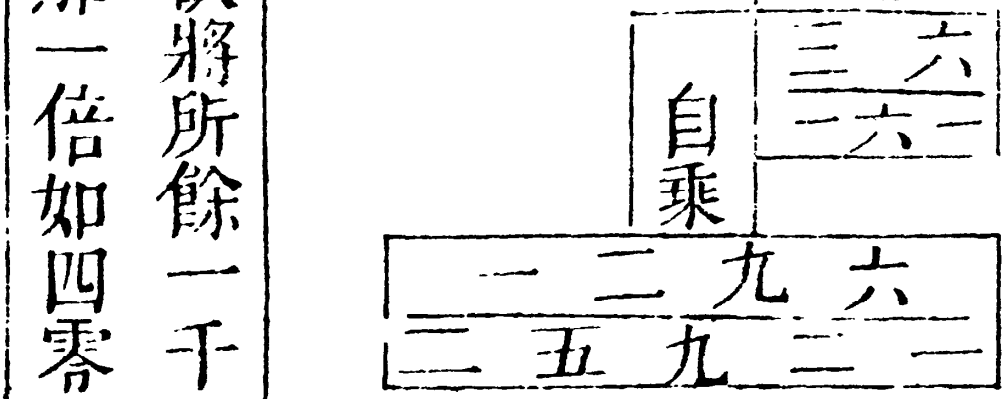
欲知已於二十數內除過若干則以四零二十六之十七自乘求之其法以四俱化為三十六并入一十七為子數四化三十六得一百四十四并入十七共一百六十

次以母數除子

| | | |

母子各自乘

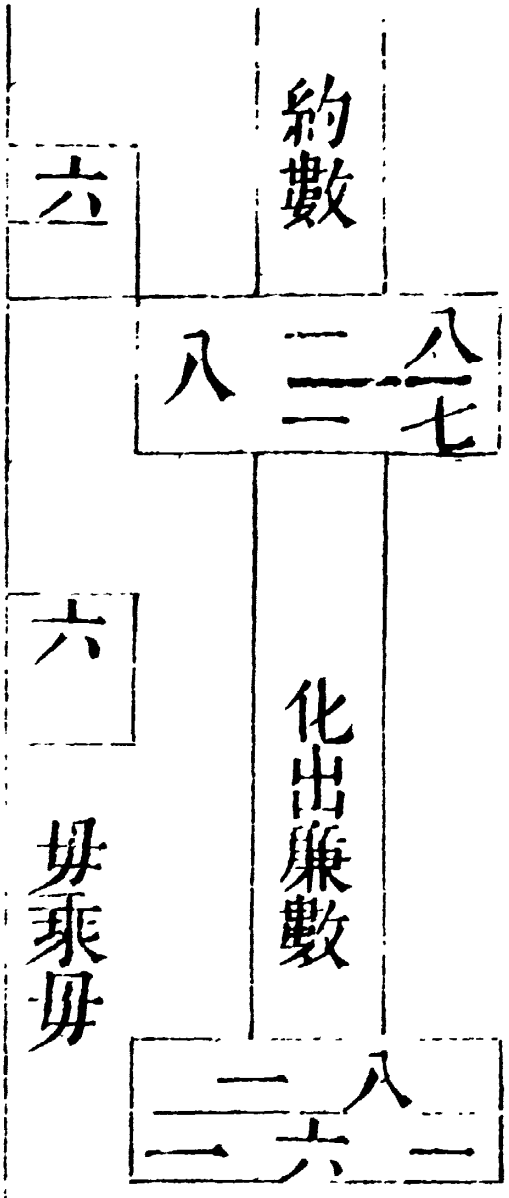
化之

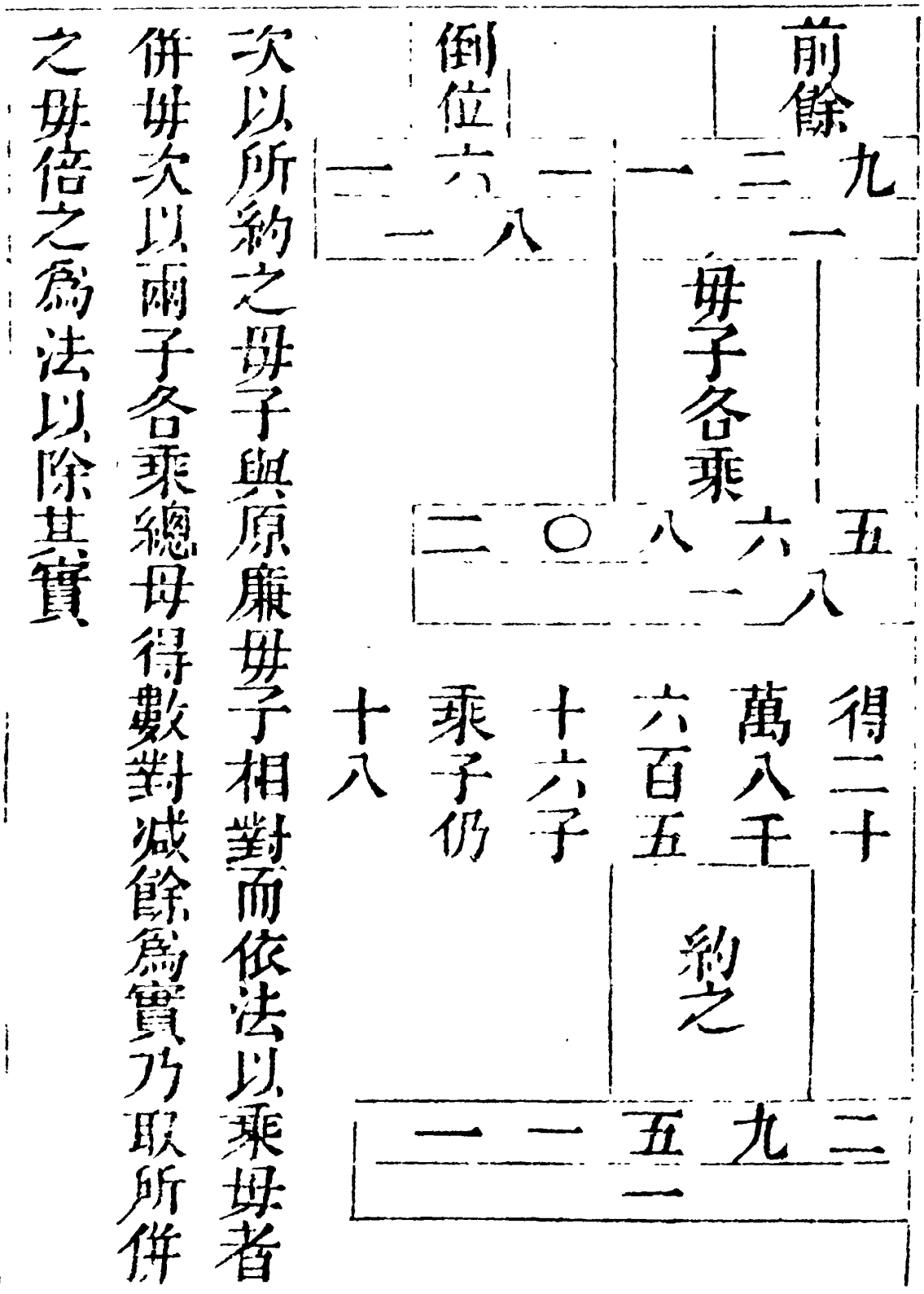


數	二之一
母數三十六自乘得一千二百九十六子數一百六十一自乘得二萬五千九百二十一	壹六貳六九一玖九二伍二一貳

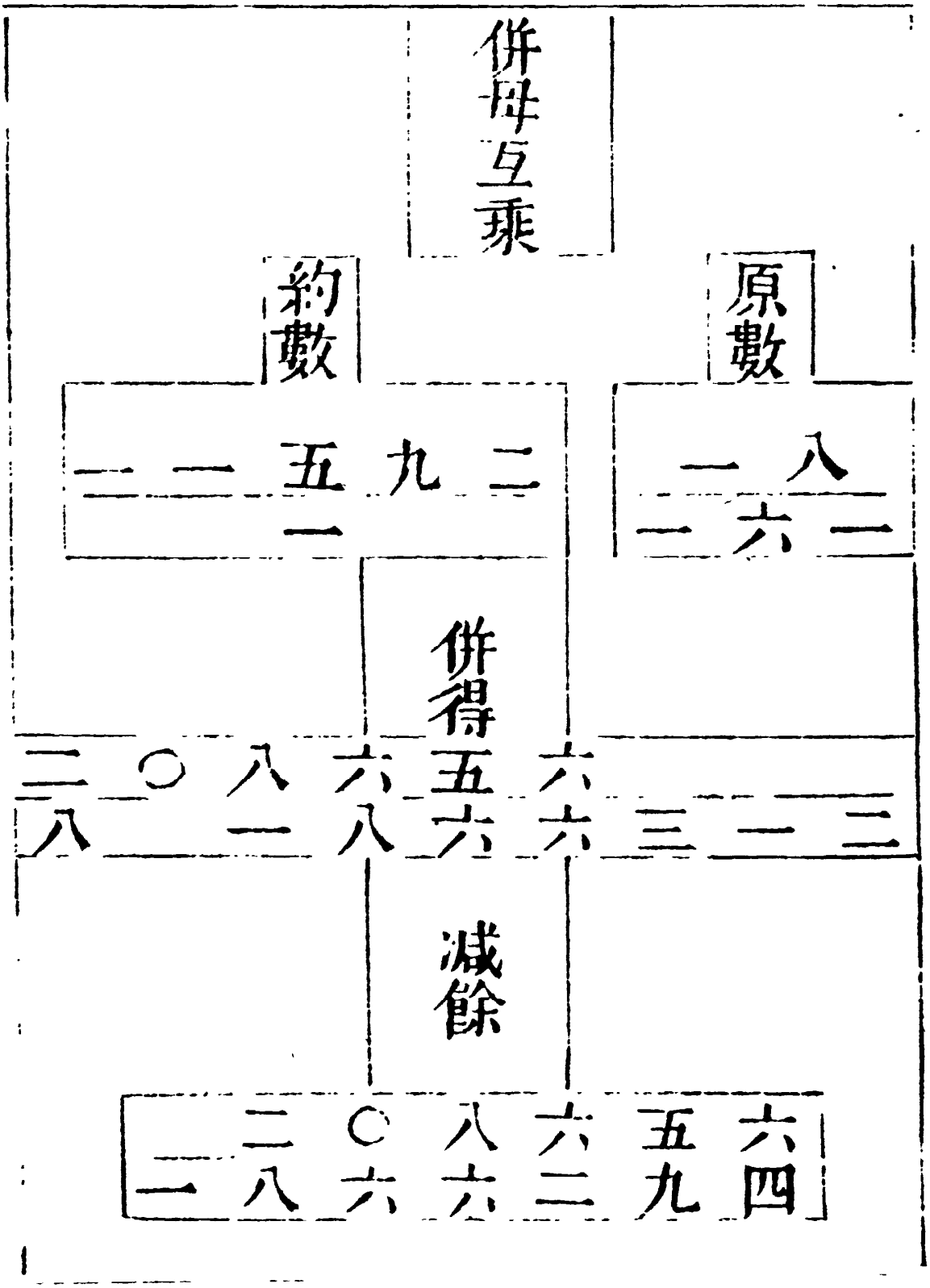
如欲將所餘一千二百九十六之一再淨除之仍將前數加一倍如四零三十六之一十七倍作八零三十六

之三十四依法化之八化三十六得二百八十八併入三十四得三百二十二爲三十六之三百二十二若用約法則爲八零十八之十七亦依法化之八化十八得一百四十四併入十七共得一百六十一爲一十八之一百六十一此倍出廉數也以之倒位而對前所餘數母子俱自乘仍對前所化廉數求之





次以所約之母子與原廉母子相對而依法以乘母者併母次以兩子各乘總母得數對減餘爲實乃取所併之母倍之爲法以除其實


併母互乘
約數
原數
二九五一一一
八一二六二
併得
二〇八六五六
八一八六六三一二
減餘
二〇八六五六
一八六六二九四

倍母除得

二	二	三	七	一	四	四	
八	二	○	七	九	一	四	

以三十六約之

二	九	五	一	一			
三	七	四	五			四	

一

然後以母化四併入子數而以母子各自乘得數以小

除大

化併

一一五九二
五一八四一

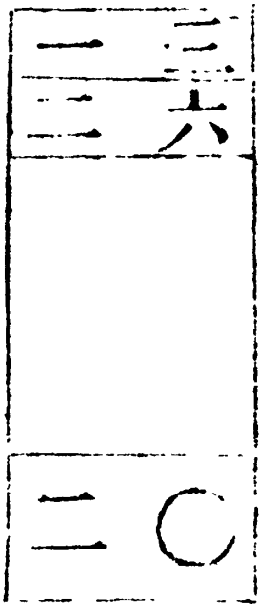
自乘

四三七四四六四
八七四八九二八一

以母除子

一三四三七四四六四
一

此爲開方不足之數比前則所剩微矣欲開盡依法再推



同文算指通編卷六

同文算指通編卷七

浙西　李之藻　演

積較和相求開平方諸法第十四

凡平方長濶不等以長濶相乘爲實積以長濶相減爲較以長濶相併爲和

凡以積和求較者以和自乘以積四因相減開其餘得較假如直田積八百六十四步長濶和六十步求長多濶幾步者用和自乘得三千六百四因直積得三千四百五十六以少減多餘一百四十四平方開之得差一十二步

右開法見前不重列所以和自乘又四因直積者蓋和自乘有四段直田積一段差方積故以四積減和乃剩下差方一段以取方面見步 有圖在後

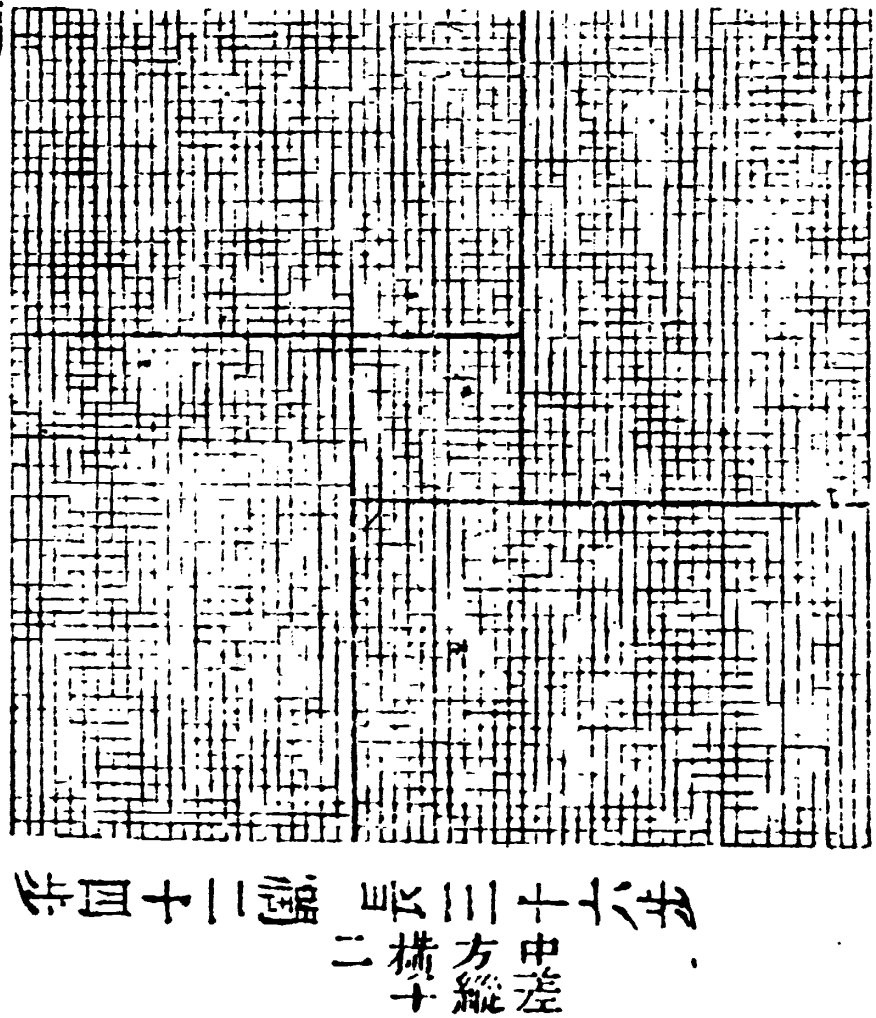
比類如有金八百六十四兩數人分之只云人數與各得銀數共六十其差幾何銀數爲濶人數爲長得三十六人每人二十四兩

凡以積較求和者四因實積又以差自乘併入開平方除之得和

假如直田積八百六十四步濶不及長一十二步求長

潤和共幾步者以積步四因得三千四百五十六以較自乘一百四十四相併三千六百開方得長潤和六十步

右四因積有四長四



潤縱橫列之于外又較自之一段居中故開方得和其用和自乘者得此圖全數外兼四積內兼較自乘故除積得較

比類金八百六十四兩只云錠數不及兩數十二求錠與兩共若干兩數爲長錠數爲潤得錠與兩共六十

若夫積與較求潤者其長之積多於潤若非加法以帶除其長當於實積內抽減其長之積故其法有二其一以較爲縱方併縱入方謂之帶縱開平方其一以較爲

減積以方乘減謂之減積開平方

積與較求長者其濶之積少於長若非益積以補濶則當損其法之長也求法有二其一以較爲負縱乘上商以添積謂之負縱益積開平方其一以較爲減縱而以負縱減方法謂之帶減縱開平方

積與和求濶者以和爲縱方一爲負隅和併一長一濶積得一長而少一濶故用一爲負隅或益負隅於積或減負隅於縱皆可以求其濶也其益隅於積者乘負隅爲方法又乘方法以益積是爲帶縱益隅開平方其減

隅於縱者乘負隅以減縱命餘縱以除實是爲帶縱負隅減縱開平方

積與和求長者原積有長濶相乘而無長自乘宜損濶以益長故以和爲縱方而置一算爲負隅稍贏其商以減其縱用減餘者以除積而積常不足則翻以積減縱而餘爲負積或再商命隅以減縱而縱反不足亦翻以縱減商而餘積縱三者俱負乃以負縱約餘負積商命負隅開之是爲帶縱負隅減縱翻法開平方

右縱方六術所以通平方之變而翻法一術又所以通

縱方之窮也此外有積與二闊較及長闊較求闊者則有所謂帶縱減積開平方有以大小二方和積求徑者則有所謂減積帶縱負隅併縱開平方有以方圓二徑虛設相同及積求其實徑者則有所謂隅算開平方至於匿其積實而虛張長闊和較之數互求長闊者則又有所謂帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱開平方減積帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱益實開平方帶縱廉開平方帶縱廉負隅開平方帶縱方廉開平方帶縱廉負隅乘縱減實開平方皆以帶縱諸法錯綜為用

以御開方諸積之變神明變化存乎當機初不可一途而取今每則略著數例以便初學

帶縱開平方法　積較求闊

有句股積若干平方開之第云句不及股若干用加法帶除其股積餘爲開方名帶縱開平方法列實點定開位亦列所不及爲縱數干下以首位隨首點下須干縱上空一橫行以容商除初商若干紀格右亦以商數併縱數列首點下有小數者照常退位排之次第呼乘以除實數但所商數須與帶縱相照若縱數多則減商數就之不盡之

數再倍作廉法然倍方不倍縱亦併入帶縱商之
假如有直田積八百六十四步濶不及長一十二步求
濶幾步列實定位以帶縱二隨首位列之初商二紀格
右亦列首點下以併帶縱一共三乃變壹貳註三　相
呼二三除六　三上棚變二二二除四　貳上陸變二

四
二
肆四貳六
二陸四貳一五

完首段餘實二百二十四步次倍二
作四爲廉法挨退位下亦列帶縱以
廉四併縱一其下列五次商四紀格
右亦註末位點下爲隅法以併隅二

二捌二壹三
列帶實縱

下註六乃相呼除
先呼五四除二十進抹二又呼四六
二十四恰盡得潤二十四步

比類給銀八百六十四兩只云所得銀之兩比得分人數多一十二兩求總是幾人每人各得銀幾兩銀多爲長人少爲潤得銀兩數二十四人數三十六

假如二十三萬〇四百爲實帶縱七百二十初商可用四數因有帶縱七乃減商作二紀格右亦紀首點下爲隅以併帶縱

七共九乃變二七作九是爲二九與右二疊呼除之　二九一十八九上叁變五進前貳本位下削九次以右二乘二除四用借法二上〇變六　進位五變四本位下削二次倍二作四爲廉法列次點之進位〇下另列帶縱數于廉下以待商除次商四紀格右亦註次點四下爲隅法而以帶縱及廉法併入除之四七併一十一廉下變一　進位亦加一　四二

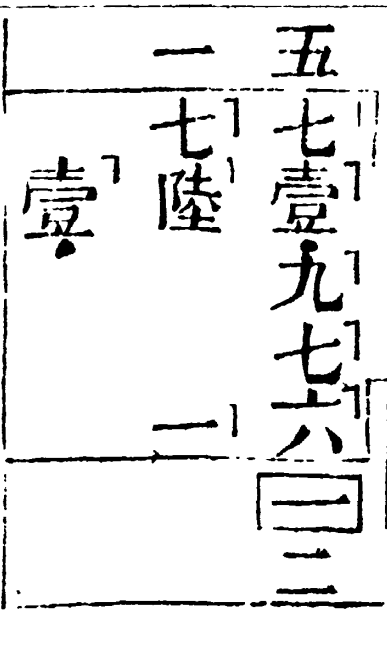
併得六隅下變六乃以右四呼首一　一四除四　一上削四又以右四呼次一　一四除四　一上六變二又以右四乘次六四六二十四　六上除肆　進位除二恰盡因商餘一點于右加一〇

右平方二百四十帶縱共九百六十

若實數首位寡而帶縱數多不能併累開方者雖點段在首位亦退一位列商及列帶縱而減一商

假如列實一萬六千一百廿八帶縱七十二點段該將左首位商起因帶縱是七即減一商置次點下　初商

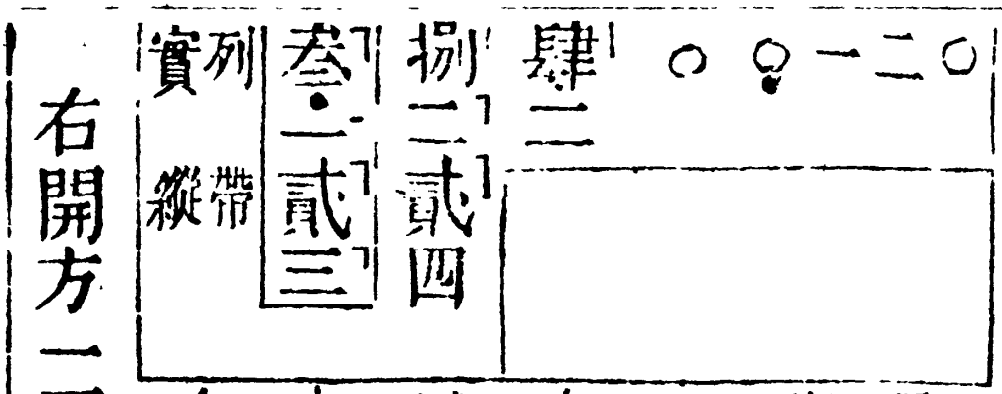
九紀格右亦註次點之下併帶縱七共一十六乃改七



九作六進位置一爲方法與商九相呼一九除九一上陸變七進抹一六九五十四六上壹變七進位七變一二二上貳變四進位七變五次倍九得一十八爲廉法另退一位置帶縱再商六紀右亦註末點下爲隅法而併廉法帶縱呼除如前得淵九十六帶縱七十二共長一百六十八

其實首數多帶縱數少可開除者仍照所點段位開起

假如列實三萬八千四百帶縱二百首位三自爲一段

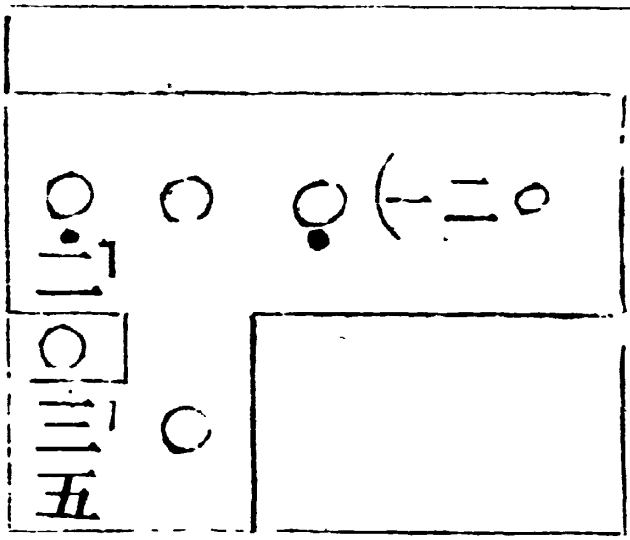


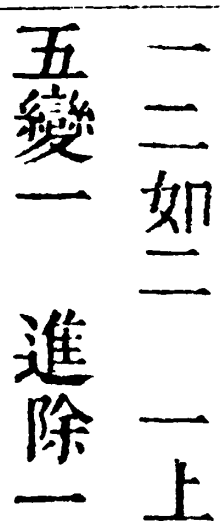
初商一紀右亦紀一于首位下併帶縱二得三乃以貳變三與右一相呼一三如三徑除叁次倍一作二爲廉法以註初商之次位以併帶縱得四註縱下如前再商二以紀右亦以註第二點下俱與右二相呼先呼二四如八徑除捌又呼二二如四徑除肆外尚剩一點該于格右加〇

右開方一百二十縱三百二十

若點段開位少而帶縱之位反多（如開位三點只該百而帶縱乃至千之類）以初商置首點下而以帶縱大數進位列之必首段係二位者方有此例

假如列實一十九萬八千帶縱一千五百三十只點作三段其開數止有三位初商只是百數而所帶乃踰至千此其併縱亦須以百隨百以千進一位　初商一紀右亦註首點之下併帶縱五得六另改註其下先以右一與



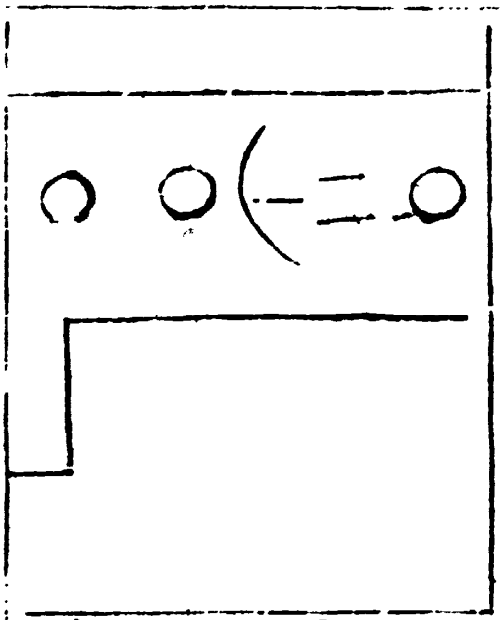


縱一呼之一一除壹次以右一呼併六　一六如六六上玖變三次以右一呼縱三三上捌變五完首段　乃倍初商之一作二爲廉法註初商之次其帶縱亦于次位列之列五百于廉下二五併得七另註七于下一千進位再商二紀右亦註次點下以併三得五另註五乃以遞呼　先呼一二如二　一上三變一　再呼二七一十四　七上五變一　進除一　又呼二五得一十恰盡外倘餘一點右加（）

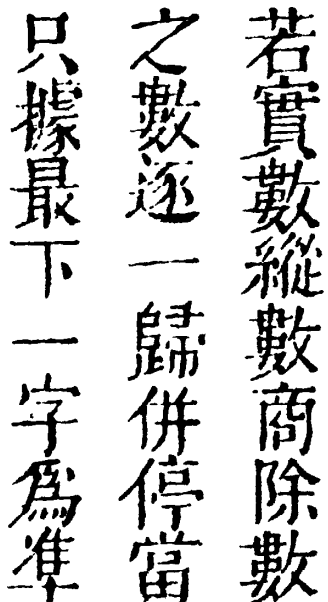
右開方一百二十縱一千六百五十

帶縱併商數有共一十者進位照式呼除第一圖亦有此

假如列實七萬二千帶縱四百八十點在首位初商一紀右亦註點下併縱四得五註于下以呼一五除五四上柒變二　再呼一八除八　八上貳變四　進位二



變一乃倍初商之一作二爲廉法註次位其下另列帶縱以二併四得六註于下次商二紀右亦註次點之下以相呼除　二六除一十



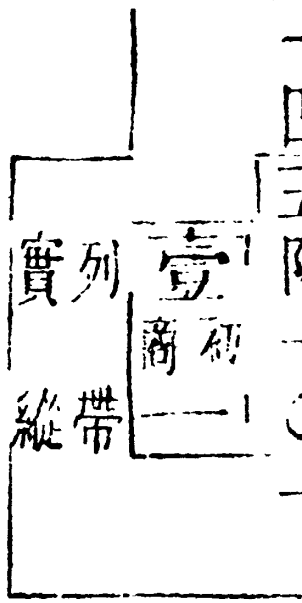
二六上四變二進削一商二併縱八得一十進位註一本位註〇以相呼除一二除二恰盡外餘一點加〇于右

右開方一百二十縱六百

若實數縱數商除數俱多襍糅易淆者務須先將帶併之數逐一歸併停當各註其本位之下乃以呼除大抵只據最下一字爲準則不淆亂

假如列實一十六萬六千四百六十四帶縱一千〇八

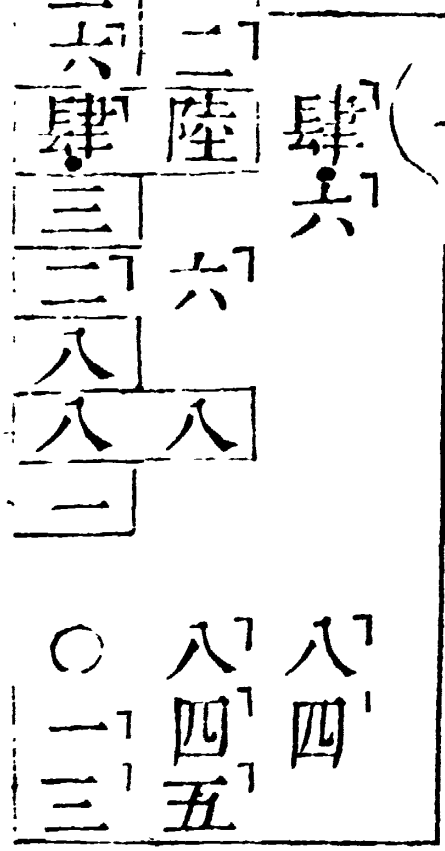
十八先點定該開三位訖其帶縱低二行列之以便填商置初商于第二位點下以帶縱之千進一位列之初商是百故帶縱之千進位與前法同初商一併入爲一千一百八十八以初商一紀右相呼首位呼一一如一以削壹次位呼一一如一一上陸變五三位呼一八如八八上陸變八進位五變四四位呼一八如八八上肆變六進位八變七畢一段以上甚簡倍初商之一作二爲廉法註次位下另列帶縱數併得一千二百八十八次商三紀右亦註次點下併入以商三併縱八得一十一註一千八下



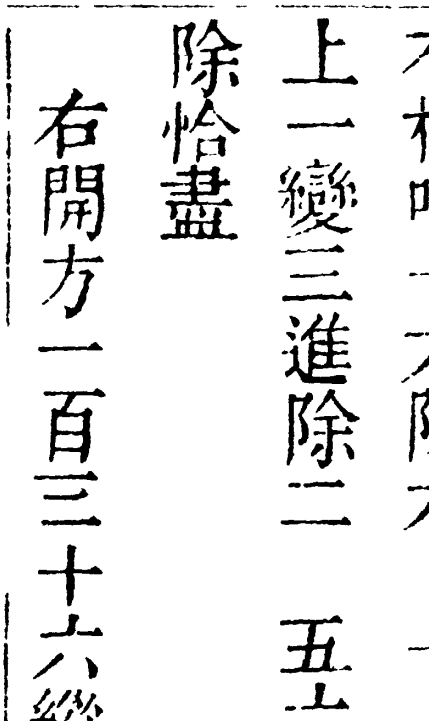
又註一于進位廉二之下以商縱一併廉二得三另註三于廉二之下併畢其併註數多認定最下字爲主以與右相呼首位呼一三如三一上四變一次位呼三三如九三上七變八進削一第三位呼一三如三一上六變二第四位呼三八二十四八上陸變二進位三變一畢二

段以上除過一十五萬八千三百四十餘實八千一百二十四未盡

又倍前商之一三作二六爲廉法空末位之點以待隅法而以六註二下右第二位以二註一下右第三位另列帶縱數



以相併乃以廉六併縱八共一十四系四于八下一進位又以一併廉二共得



三系于其下乃商六紀右亦註末位下又以併縱八共一十四註四于末位下一進位四下改作五併訖以最下字與右相呼一六除六一上八變二三六一十八三上一變三進除二五六三十進除三四六二十四除恰盡

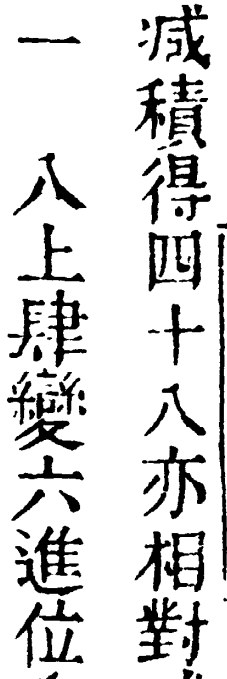
右開方一百三十六縱一千二百二十四

減積開平方法 積較求濶

句股積若干句不及股亦有減積法減積者於實內減股之積以就其方也列實定位另列不足數爲減積以商乘減積以所乘出之數列原積下對減視餘實若干以所商依法除之有未盡者倍方爲廉約得再商別置爲隅亦乘減積以減餘實乃併廉隅除之

假如直田八百六十四步濶不及長一十二步求濶幾何列實點位如前另列不及一十二爲減積以初商乘之初商可用三因有乘數故約用二紀右亦註首位下

減積貳壹初乘四再乘八四



以乘減積得二百四隨位列之相對減原積二上捌變六　四上陸變二餘實六百二十四乃以方法呼除　二二除四二上六變二餘實二百二十四次倍二作四爲廉法註退位再商得四紀右亦紀末位爲隅法以乘減積得四十八亦相對減餘實四上二變八進位二變一　八上肆變六進位八變七乃以方廉呼除　四四

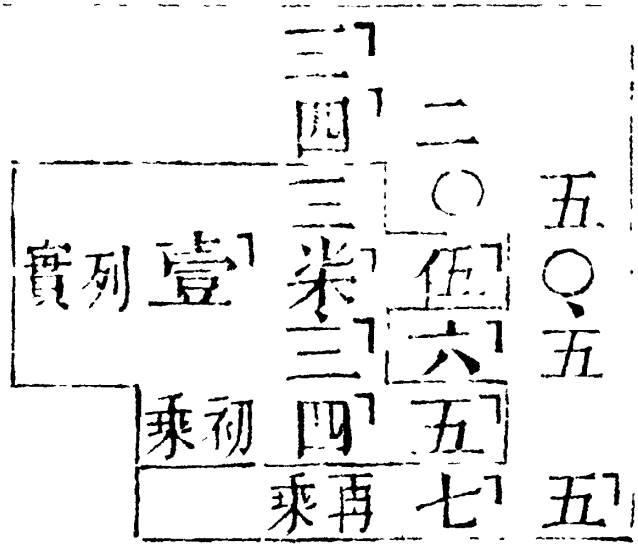
除十六　四上七變一進削一又以方隅呼除四四除一十六恰盡得濶二十四步

假如直積一千七百五十濶不及長一十五問濶幾何

列實定位另列不及爲減積初商三紀右亦註首點之下爲方法以乘減積得五四隨方法之位列之以減原積四上乘變三　五上伍變〇　乃以方法除之　三三減積伍壹初乘五四再乘五七

五（三）

除九　四上三變四進削壹餘實四百次倍三作六爲廉法註退位再商五紀右亦註末位爲



隅法以乘減積得七十五對註以減餘實五上〇變五　七上〇變二　進位四變三尙餘三百二十五皆與次商相呼五六進除三　五五二十五恰盡得廣三十五

假如直積一十六萬七千四十濶不及長一百三十二求濶幾何列實定位另置不及爲減積初商三紀格右亦註首點下以乘減積得三百九十六隨首點列位對

減　六上〇變四因有借故進位仍七　三上陸變二餘實一十二萬七千四百四十乃以方法開之三三除

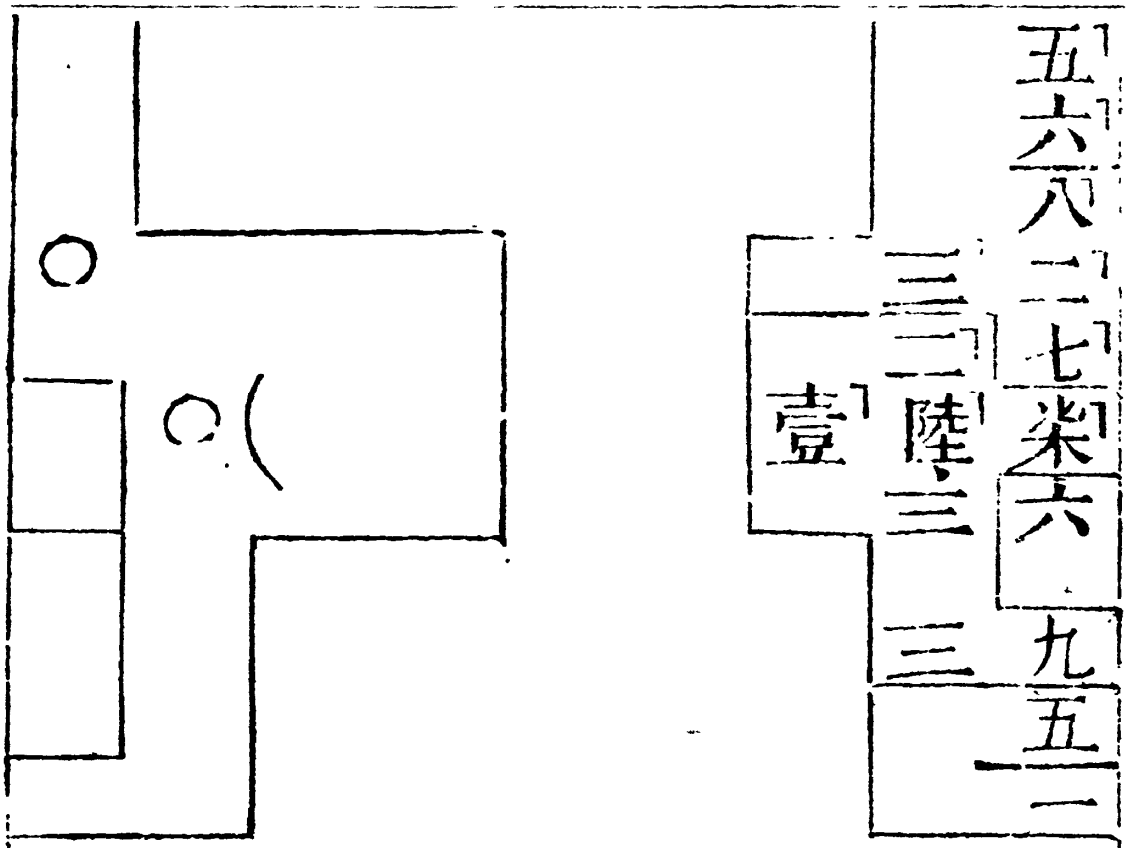
二　六　八
減積三初乘九再乘二三乘　六
一　三　五　一〇

九　三上二變三進削
壹餘實三七四四〇次

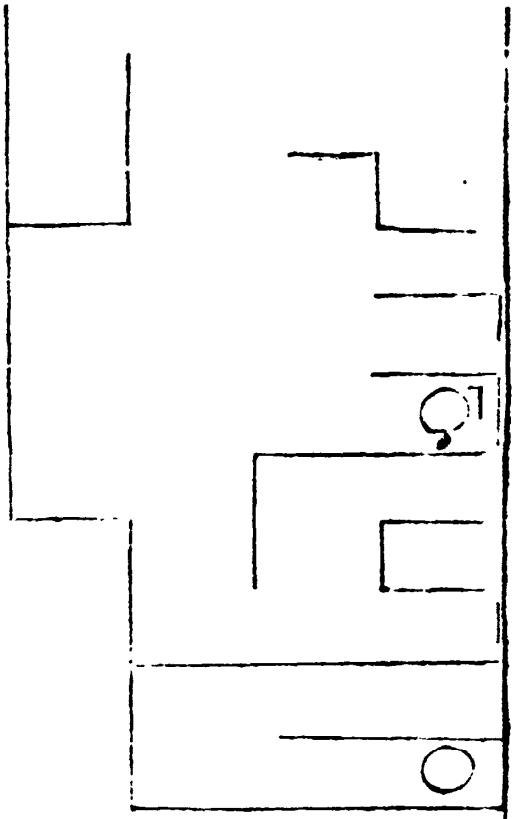
四〇八　六
（三　四　八）

倍三作六爲廉法註退位商實得四紀右亦註次段點下爲隅法亦乘減積得五百二十八退前積一位列之對減八

六〇六肆　八五
七五一四〇四六　八
六二〇



上肆變六　二上四變
一五上七變二仍餘三
二二六却以廉隅呼除
四六二十四六上二變
八進前三　四四一十
六　四上一變五進位
八變六尙餘六五六〇
乃倍三四作六八爲廉
法挨尾點一位列之再



商得八紀右亦註尾下爲隅法又乘減積得一千五十六挨尾位列之對減六上〇變四　五上六變〇　一上六變五仍餘五五〇四乃以廉隅呼除六八四十八　六上五變七進前五　八八六十四八上〇變六進前七又八八六十四恰盡得潤三百四十八

負縱益積開平方法積較求長

有句股積若干句不及股爲較以積及較求股而句少於股則益積以補句名負縱益積開平方列實定位另置所不及數爲負縱以商乘負縱虛增其積而後以方法開除不盡者倍方爲廉又以再商乘負縱增積而另置一算爲負隅以再商乘負隅爲隅法置於廉次以商呼廉隅除盡

假如直積八百六十四濶不及長一十二求長幾何列實定位另列不及十二爲負縱而初商則約所增負縱之乘命之如首位捌開法宜用二因有負縱之乘乃商

三紀右亦註首位下爲方法而以乘負縱得三十六註三於首位註六於次位以併原積六上陸變二　三上

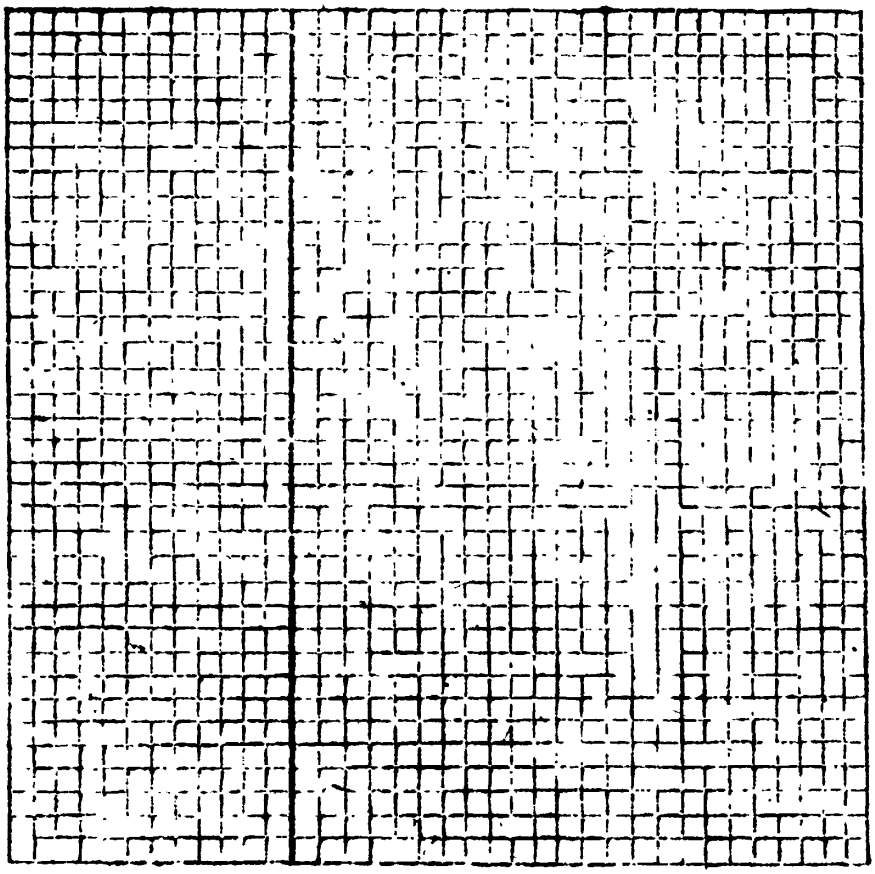
負縱 貳 初 六 再 二
壹 乘 三 乘 七

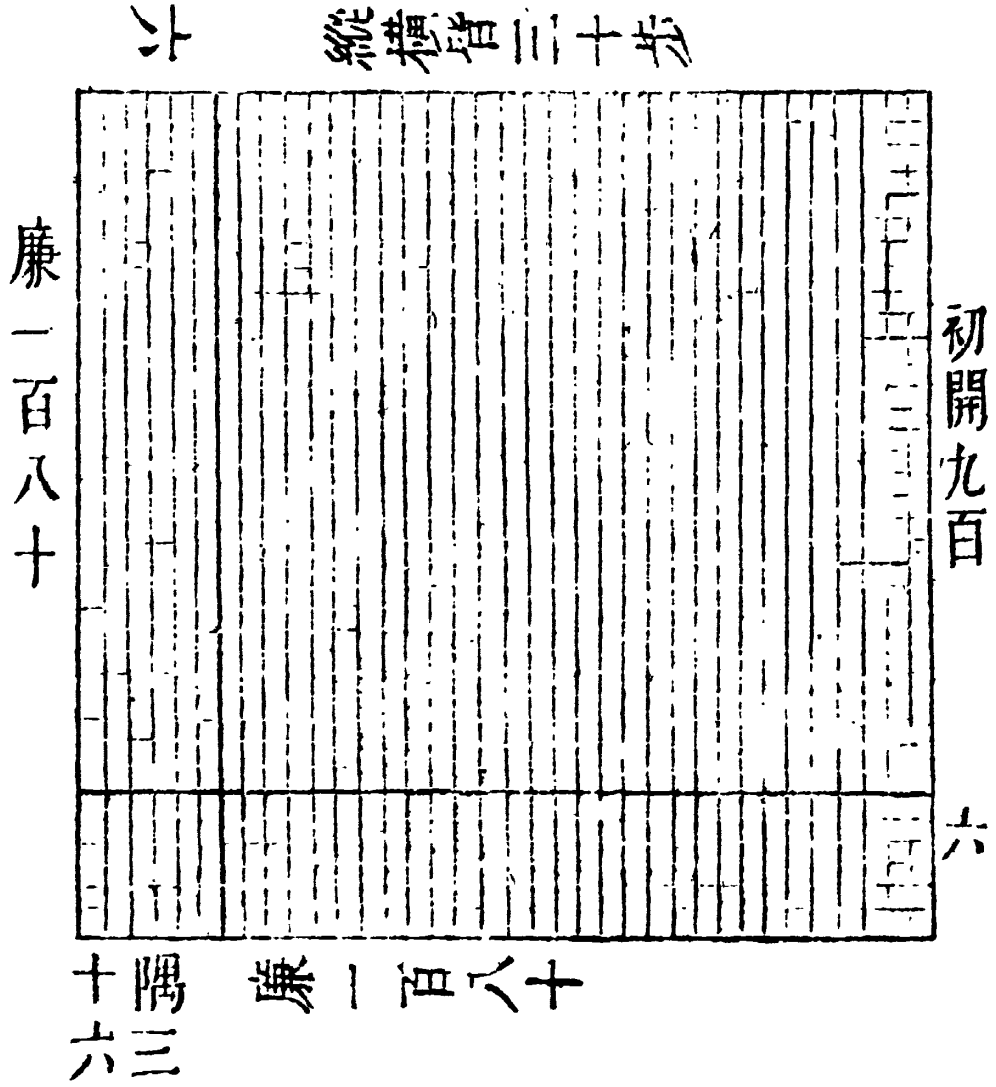
六
三

六肆六　二
三九二陸六七
三二捌三三
一

捌變二　進位置一益積得數一千二百二十四乃以方法呼除三三除九　三上二變三餘積三二四又倍三作六爲廉法另商六紀右以乘負縱得七十二退位列之添積二上肆變六　七上二變九共積三九六而另置一算爲負隅

負縱益積圖




初開九百
六
廉一百八十
隅三十六
實一萬八千

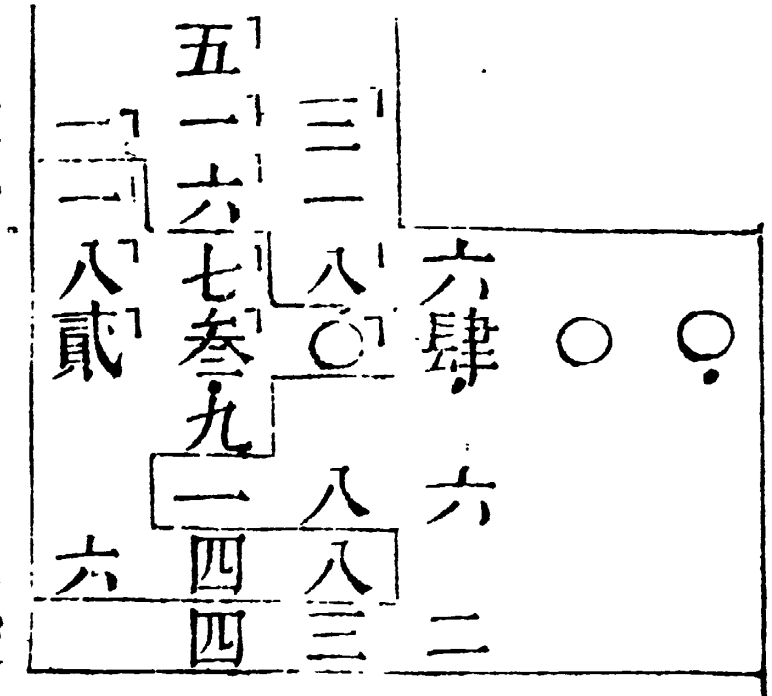
以次商六乘之仍得六爲隅法乃併廉隅呼除六六三十六　六上九變三進削三又呼六六三十六恰盡得長三十六

假如直積二十三萬四百長濶較七百二十求長幾何

負〇初〇〇〇再〇〇
縱貳八四乘二三六四
〇六九

列實亦列較爲負縱初商九紀右亦註首點下爲方法以乘負縱得六四八以益積

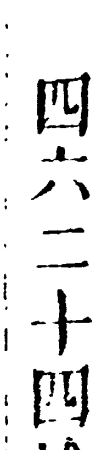
八上〇變八　四上叁變七六上貳變八共八七八肆



○○以方法除之九九八十
一　九上七變六進前八餘
實六八肆○○乃倍九作一入
爲廉法註八於次隅之進位
又註一於進位次商六亦乘
負縱得四三二以益餘積二
上肆變六　三上八變一　四上六變一　進位置一
共得一一一六○○又以次商六乘負隅一仍得六註
本段點下爲隅法乃以廉隅呼除　一六除六　一上

一變五進削一　六八四十八　八上一變三進削五
六六三十六恰盡得長九百六十
帶減縱開平方　積較求長
凡以較及積求股者股長於句亦有損股之長以就其方者名減縱開平方列實定位列較爲減縱以減初商而以所減之餘即乘初商以開之其次商又即以初商併入爲廉法而商之置隅如常
假如直積八百六十四濶不及長一十二求長若干列實另置不及一十二爲負縱初商三十　因有二點故加三十置右

負縱貳壹初商三〇

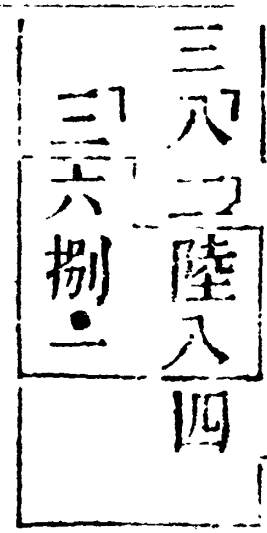


另以負縱減之餘一十八按註首位點下爲方法以呼所商三八二十四

八上陸變二　進位捌變六　一三除三　一上六變三　餘積三百二十肆乃于右三加〇以併方法一十八共四十八爲廉法註退位再商

六紀右亦註隔而併入廉法共五十四而六八併改四進位四改五以呼次商五六三十　五上進位削三四六二十四恰盡得長三十六

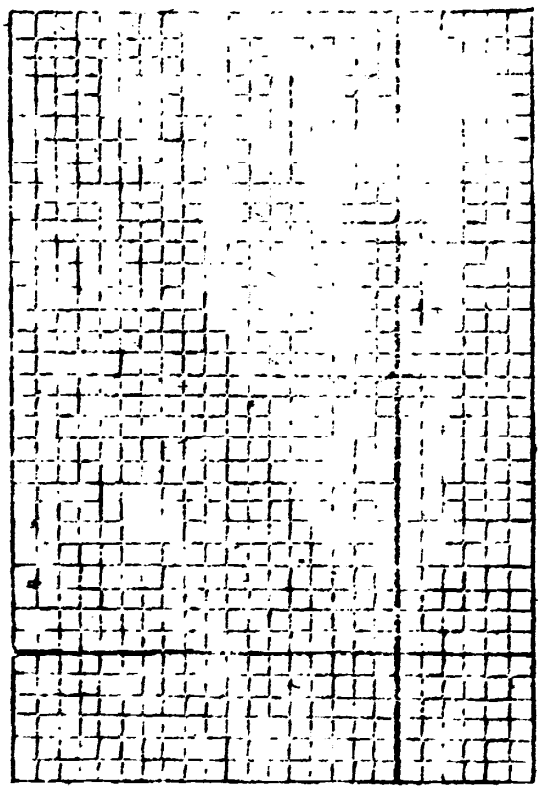
其次商若不以隅相併亦同前法



次商六併前八爲四十八退位註之以呼四六二十四　四上二變八　進位削三　六八四十八　八上肆變六　進位八變三　又置隅法於尾位六六三十六恰盡

比類以金換絹八百六十四匹不知金一兩換絹幾匹但云原金總

帶減縱法圖



廉一百八十　通長三十六　隅三十六　減方法除積五百四十

兩其所換匹數卽直積也

假如直積三千四百五十六潤不及長二十四求長幾何列實定位另置較二十四爲負縱初商七十因有二點故知

兩多於絹數十二今求原金幾何如長絹匹如潤得金三十六

負縱肆貳初商七。

		二				
		七				
	一	三	伍	六	二	
	二	六	肆	四	二	
	叁					

七十紀右以負縱減之餘四十六挨註首位爲方法四多于三照例退位與商相呼四七二十八　四上肆變六進前叁六七四十二　六上伍變三進位六變二　餘實二百三十陸乃於右七加〇以併四十六共一百一十六爲廉法列於下續商得二改右〇爲二亦註尾位爲隅法併入廉法呼除一二爲二一上削二　又一二爲二　一上三變一　二八一

十六恰盡得長七十二

又有兩方共積若干第云以小方之一面乘大方之一面共若干問大小方面各幾何者倍乘積以減共積以所餘積爲實開方得較再置二方乘數爲實以較爲減縱開平方除之得大方面以較減之得小方面

假如大小方田二段共積六千五百二十九步以小方大方各一邊相乘得三千一百二十步求大小方面幾何者倍二方乘積得六千二百四十步以減共積餘二百八十九步爲實以開平方法除之得較一十七步再置二方乘數

負縱米壹初商〇

五				
(六)				
〇	五	三	八	
四	貳	三	〇	
五	七	壹	四	一
		叁		

三千一百二十步爲實以較爲負縱初商六十紀右以負縱減之餘四十三註下爲方法以呼所商四六二十四　四上壹變七進削叁三六一十八　三上貳變四進位七變五餘實五百四十乃於六右加〇以併方法共得一百零三爲廉法列下續商五紀右亦註尾位爲陽法併入廉法共一百零八以相呼一五除五五八四十恰盡得大方面六十五步以較

一十七減之得小方面四十八步

帶縱益隅開平方法 積和求濶

凡積和求濶者用其和爲帶縱則已兼長濶而積有長無濶故虛置一積爲負隅而以負隅益積即以帶縱開之得濶數名帶縱益隅開平方列實定位另置帶縱數以初商紀右用自乘以益原積是爲負隅而以所商呼縱方除之不盡者倍商爲廉註退位又再商紀右亦註廉次爲隅法廉隅併數以乘所商益積乃用商呼縱方若不盡須再商者則以後廉併前廉餘如前法除盡得

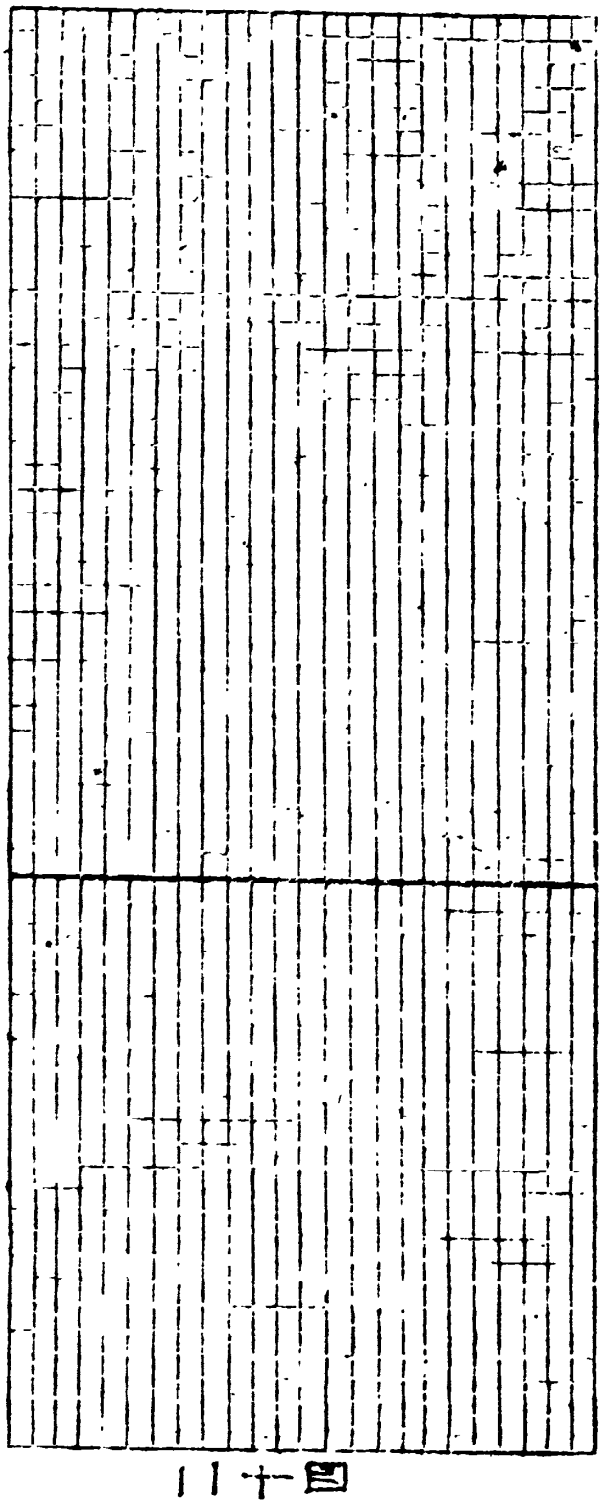
濶數

假如直積八百六十四長濶和六十求濶幾何置積爲實以和爲帶縱初商二紀右亦註首位下自乘得四以益積共一千二百六十四乃以初商乘帶縱二六一十二上削二進削一餘實六十四倍方爲廉得四註次位次商四紀右亦註尾位爲隅法以乘廉法得一十六併入餘實四上陸變二進加二亦以乘隅法

	帶縱	初商乘
○	陸	二
		一
四		
二		
一〇肆四		

四二陸四　初商乘
二二捌二　再商乘
一　四六

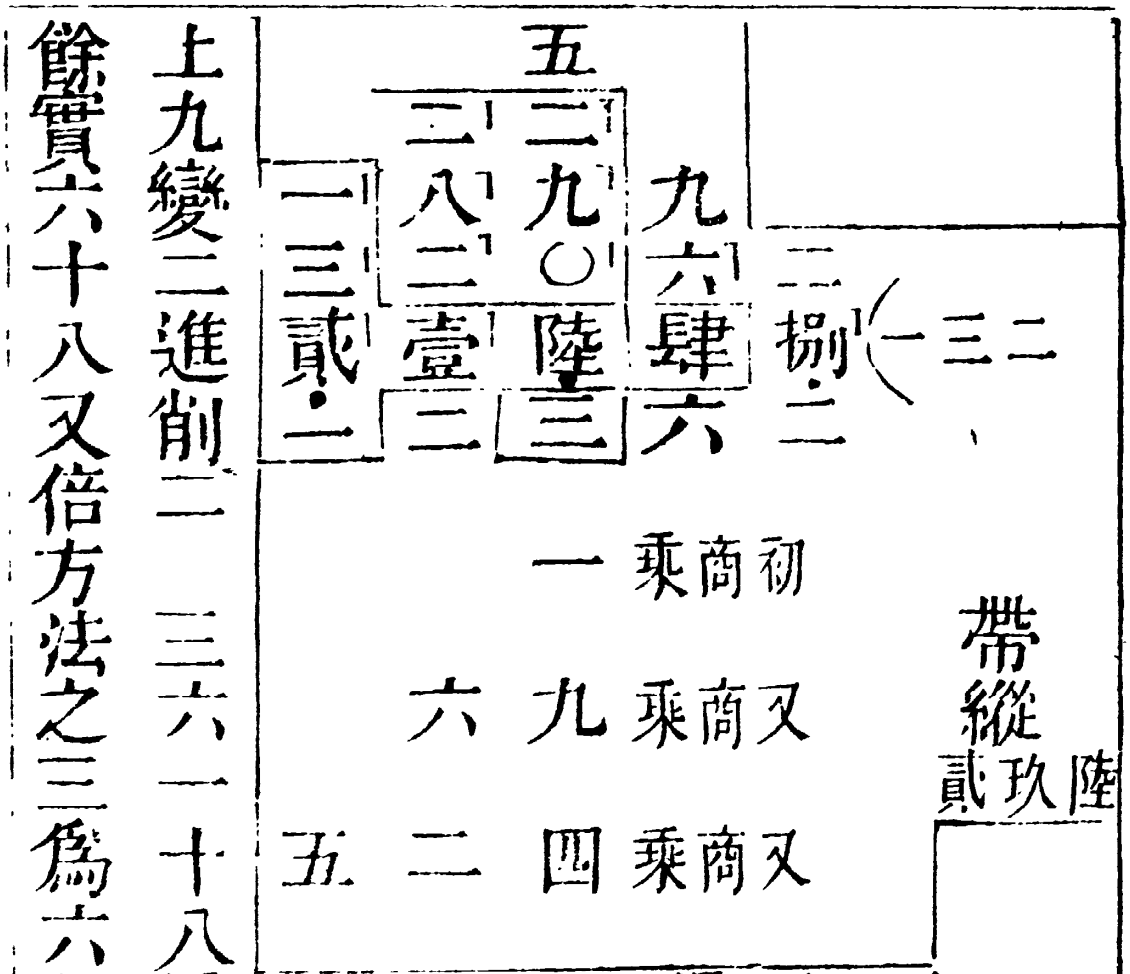
尾位肆變○進位二變四共二
百四十而以次商呼帶縱恰盡
得潤二十四步



本積八百六十四　益隅方積五百七十六

二積共一千四百四十步以帶縱六十除之得濶二十四步

假如直積二萬一千六百四十八長濶和二百九十六求濶幾何列實定位置和爲帶縱初商一列右爲方法亦註首位下自乘仍得一以益積首位貳變三乃以方法與帶縱相呼除實首位三變一　次位壹變二進削一退位陸變〇餘實二千〇四十八倍方爲廉得二註退位次商三紀右爲方法亦註廉次爲隅法棄三以乘

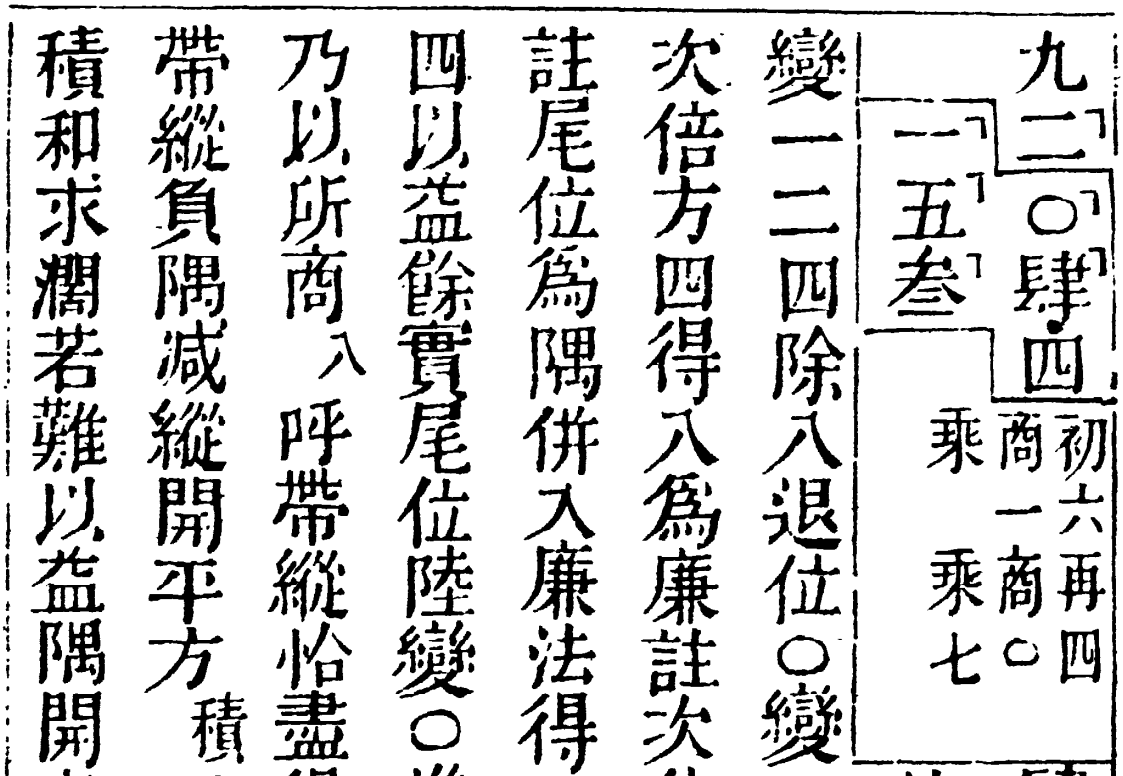


方法得六十九益入
本段餘積三上〇變
九　二上二變八共
得八九四八乃以方
法呼帶縱除之二三
除六　二上八變二
三九二十七　三
上九變二進削二　三六一十八退位四變六進削二
餘實六十八又倍方法之三爲六作廉法註退位併入

前廉二共二百六十所以併入前廉者蓋為方法再商一方外必具兩廉故二紀右亦註尾位為隅法併入方法共六二以乘所商二得五百二十四以併餘積尾位八變二進位六變九進位加五乃以所商二與帶縱呼除恰盡得潤一百三十二步

假如直積三千四百五十六步長潤和一百二十步求潤幾何列實以和為帶縱初商四紀右為方法亦註首點下自乘得一十六益積四上

八	○	
四	帶縱貳	
陸	壹	
六伍八		



肆變〇進位叁變五乃以方法呼帶縱一四除四首位五變一二四除八退位〇變二進前一尚剩二百五十六次倍方四得八爲廉註次位續商得八爲方法紀右亦註尾位爲隅併入廉法得八八而與方法八相乘共七百四以益餘實尾位陸變〇進位伍變六　進位二變九乃以所商八呼帶縱恰盡得濶四十八步

帶縱負隅減縱開平方　積和求濶

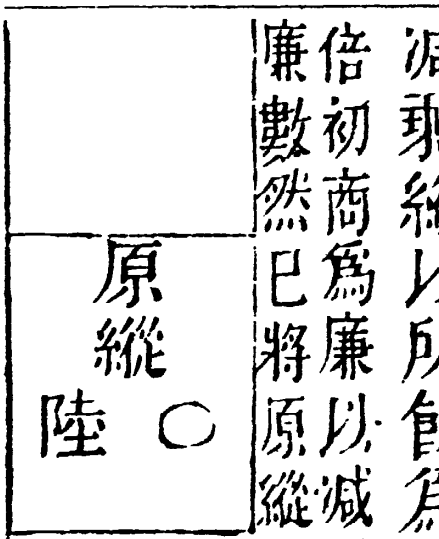
積和求濶若難以益隅開之者即用減隅法而減負隅

於縱名帶縱負隅減縱開平方列實定位列和爲帶縱置一爲負隅初商紀右乘負隅以減帶縱列減餘於實下而乘所商以開之不盡者倍方爲廉以廉減縱次再商紀右亦減餘縱而以其減餘乘商除盡得潤數

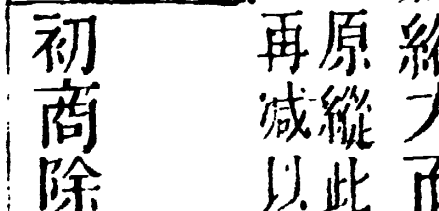
假如直積八百六十四長濶和六十求濶列實定位另列和爲縱方初商二紀右亦紀首點下以乘負隅一仍得二爲方法以減縱數陸剩四隨首位註之以呼初商

四　原縱〇陸
(二)
肆四　〇六

二四爲八二上削捌餘實六十四倍方法之二作四爲廉法註初商之次



位亦乘負隅得四以減縱剩二十註退位次商四紀右亦註末位爲隅以減餘縱之二十餘一十六附註乃與右四相呼先呼一四除四　一上陸變二再呼四六二十四恰盡得潤二十四亦有初商除實訖卽以初商再減剩縱以所餘爲縱方而卽以再商再減爲下法者前法倍初商爲廉以減原縱此卽以初商減剩縱不立廉數然已將原縱再減以應兩廉之數與倍商同



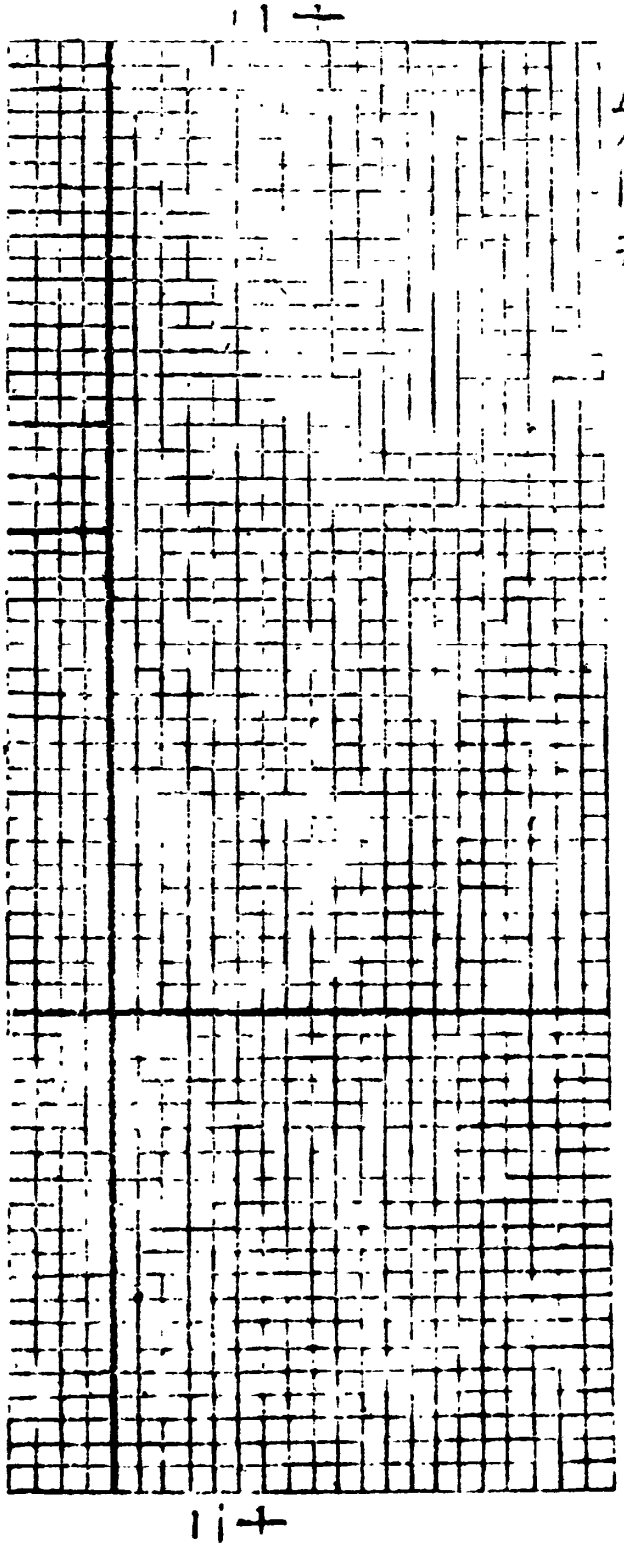
初商除實八百訖卽將初商之二十

四
二
肆四　〇六
二陸　〇二一
捌二四
列減實縱減

再減餘縱四十剩二十退位列之
次商四以減餘縱二十尚剩一十六呼除如前
右得廣二十四以除實積得縱三十六若欲還原以廣縱相乘

長闊和變作通長
六十
闊二十四共負四
百八十

負隅減縱圖



假如列實三萬三千六百長闊和四百列實亦列和爲減縱初商一乘負隅仍得一以減縱四餘三百隨首位

○	○			
二	○	原縱	肆	
				(一)
○	○			
○	○			
陸	○	八		
叁	○	二	一	
叁	○	三		
列	減	縱		
實				

列註以呼所商一三除叁訖　次倍初商一作二爲廉法以減縱四仍餘二註退位再商二亦以減縱變二○爲一八而以次商呼之　一二除二一上叁變一　又呼二八一十六恰盡　格右加○以結末位得潤一百二十

右法同前但減縱有借法進位故錄爲式

假如列實六萬九千三百六十長闊和七百八十二列如前初商一以乘負隅仍得一減縱七餘六相呼一

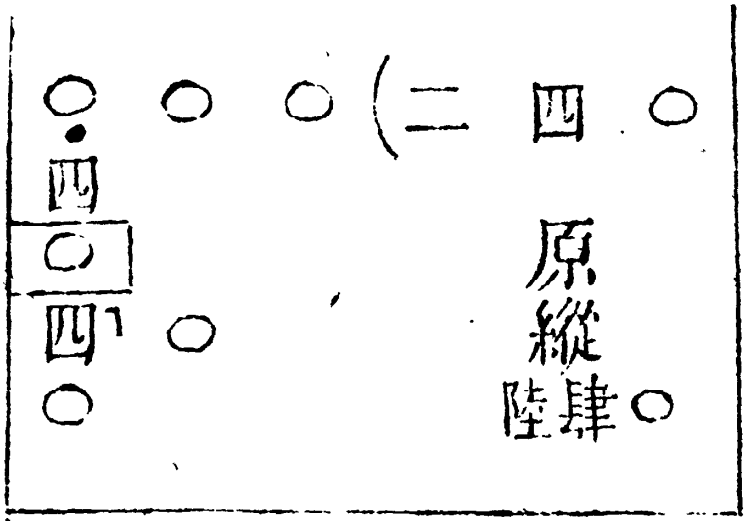
貳

原縱	捌
二	〇
〇·二	二
陸〇	二八
叁三八五	
玖二八五	
陸·一六	

六除陸一八除八玖變一一二除二叁變一訖次倍一作二爲廉法以減縱仍剩五附列而縱數多于原數無可商除則紀〇于右併初次商得一十另倍一十作二十爲廉法挨註退位以二減縱七是爲五挨尾段列之續商二以相呼二五除一

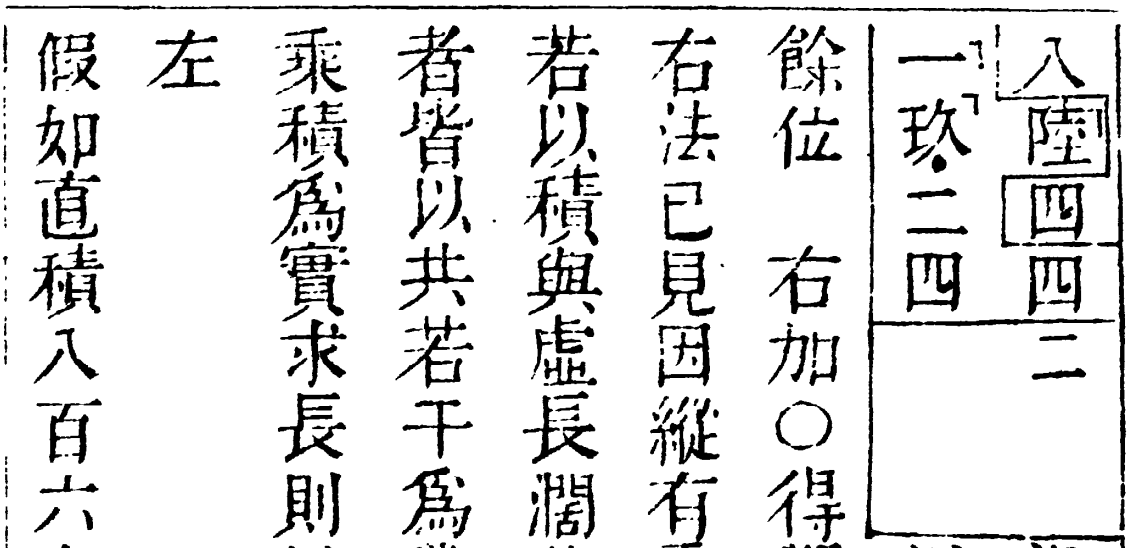
十　進創一　二八一十六除盡得潤一百二初商除訖卽以先減縱數亦然

假如列實九萬六千長濶和六百四十



初商二以乘負隅一仍得二紀右亦註首位以減六　餘四以相呼二四除八　四上玖變一又呼二四除八　四上陸變八　進創一訖

乃倍二作四爲廉法以減縱六剩二亦隨退位註之　次商四紀右亦註



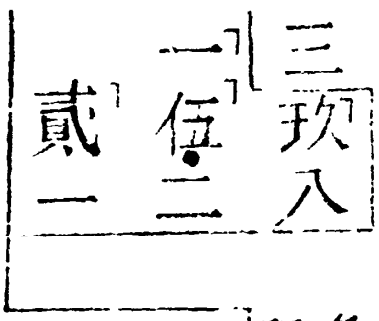
退位爲隅以減縱只剩二乃以四變○以商相呼二四除八恰盡因有餘位右加○得潤二百四十

右法已見因縱有重位故錄備例

若以積與虛長潤共若干而欲求其潤者及欲求其長者皆以共若干爲帶縱方而求潤則以潤爲負隅以長乘積爲實求長則以長爲負隅以潤乘積爲實列例如左

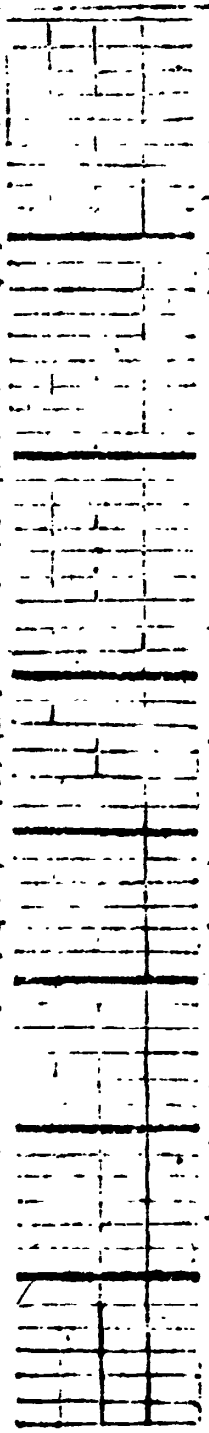
假如直積八百六十四步三長五潤共二百二十八步

求濶幾何以三乘積步得二千五百九十二爲實三長原有三積故以三乘五爲負隅已用三長尚少五濶故用爲負隅暗添五段濶方之積以共步爲帶縱列實定位初商二紀右以乘負隅五得一〇以一減縱首貳變一餘縱一百二十八挨註首位與商相呼一二除三三除四退位伍變一二八一十六退位玖變三進前一餘實三十二再以所商二乘負隅得一〇以一減餘縱剩二十八即前借方續商四以乘負隅得二〇爲廉之法



再減餘縱二十剩八以呼所商四八三十二恰盡得濶二十四步

三長五濶演段圖



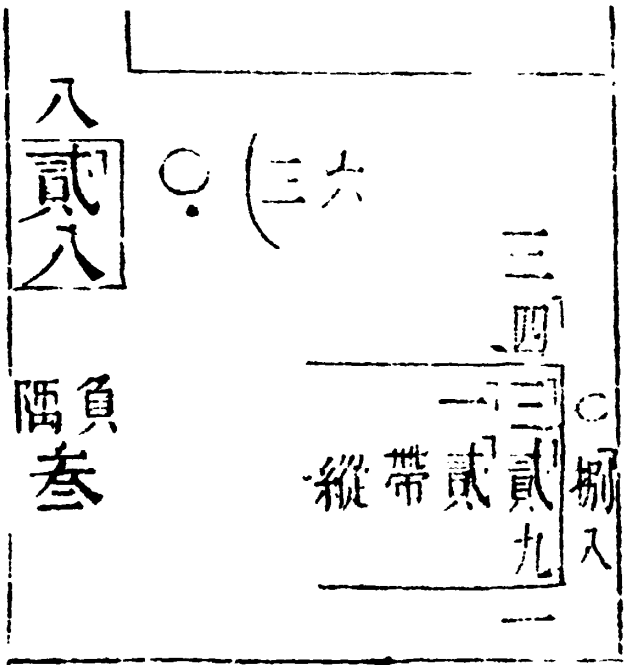
三長共一百零八步 五濶共一百二十步

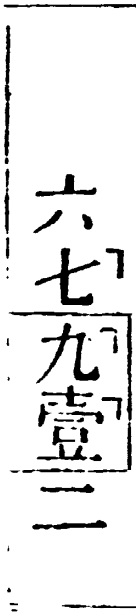
求長者乘出原積三 虛乘其數爲負隅

共縱方二百二十八步

假如直積八百六十四步三長五濶共二百二十八步求長幾何以五乘積步得四千三百二十爲實五濶原有五積

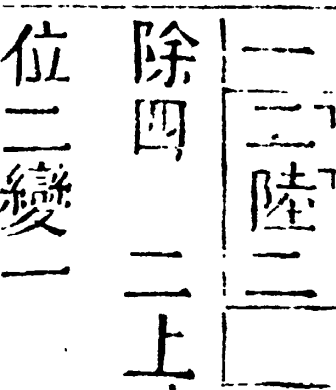
故五以三爲負隅於原縱減去二長故以共步爲帶縱初商三以乘負隅三得九減縱註其退位九上貳變三　進位貳變一餘縱一三八挨註首位以呼初商一三除三　一上肆變一　三三除九退位去變四　進前一　三八二十四　八上貳變八　進位四變一餘積一百八十復以初商三乘負隅三得九以減縱九上三變四進前一剩四十八次商六又乘負隅三得十八亦以





減縱剩三十與商相呼恰盡得長三十六步

又有以積與虛長濶和較共若干求濶者及求長者約和得長濶幾何併濶與較得長幾何而視其所求爲長爲濶如前法以別實積及負隅而皆以共數爲帶縱假如直積八百六十四步一長二濶三和四較共三百一十二步求濶幾何約三和自具三長三濶以併一長二濶共四長五濶又以四較益濶爲四長共得八長而餘一濶應八



乘積步得數六千九百一十二爲實以餘一爲負隅以共步爲帶縱初商二以乘負隅一仍得二因點爲二段此爲二十以置縱次位減之二上壹變九進位叁變二餘縱一百九十二列原積之下以呼所商二二除四二上陸變二二九一十八次位玖變一進位二變一二二除四二上壹變七進位一變〇餘實一〇七貳復以初商二又乘負隅以減縱二上

九變七　剩縱二七貳續商四又乘隅減縱四上貳變八　進位七變六是爲二六八以乘所商四除盡得濶二十四步

又有以虛長虛濶約其子母共若干與積若干求長濶若干者法以長母乘濶子爲濶率以濶母乘長子爲長率又兩母相乘以乘共數爲帶縱而約帶縱爲幾長幾濶以一乘原積爲實以一爲負隅如前法爲減縱開平方除之

假如直積二千三百五十二步只云長取八之五濶取

三之二併得六十三步求濶者兩毋三八互乘得二十四以乘相併六十三共一千五百一十二爲帶縱而以長毋八乘濶子二得一十六爲濶率以濶毋三乘長子五得一十五爲長率則知此帶縱數內具有長十五濶十六也以長十五乘直積得三萬五千二百八十爲實以濶一十六爲負隅初商四紀右有二點卽作四十以乘負隅得六百四十以減縱四上壹變七六上伍變八進前壹餘縱八百七十

貳二
帶縱 三七壹四三
減法 二八伍六
壹

二以註實下與商呼除四八三
十二　八上伍變三進前三四
七二十八七上貳變四進前三四
除八尾位變○餘實四百再以初
商所乘隅算六百減餘縱四上
七變三六上八變二餘縱二百
三十二續商二紀右以乘負隅
得三十二亦以減縱尾位除貳進位三變○剩縱二百與
續商二相呼恰盡得潤四十二以除直積得長五十亾

帶縱負隅減縱翻法開平方法積和求長

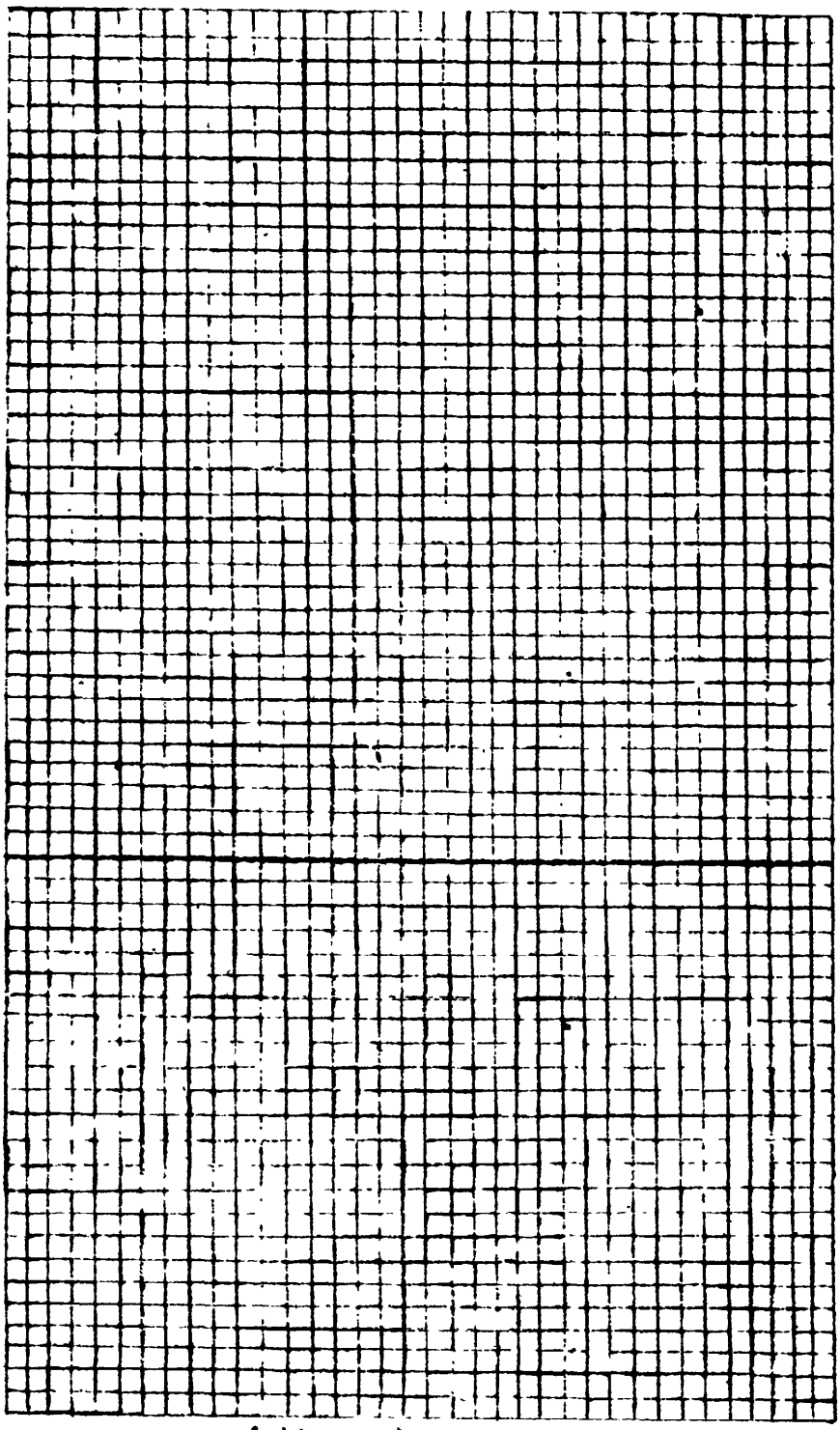
凡積與句股和求股者原積但有長乘濶數而負長自乘之數法須損濶益長求之先立一爲負隅以和爲縱方而以負隅減縱方初商合稍浮常法以乘負隅減縱次呼餘縱開積而原積不及翻以原積減商除之積而以餘負積爲實復以初商乘隅以減餘縱如餘縱不及卽以餘縱翻減以爲負縱而隅積縱三者俱負乃以負縱約餘負積以得次商命負隅以除負積謂帶縱負隅減縱翻法開平方

假如直積八百六十四長濶和六十求長幾何列實以和爲縱方一爲負隅初商三有二段即係三十正得長濶之平損濶益長紀右以乘負隅一仍得三以減縱剩三十與商相呼三三得九即九百而原積不及乃翻列九百於原積之上而以原積減之尾位〇變六進位〇變三首位削九得餘負積三十六爲實再以初商三命負隅一以減餘縱三十減盡乃約餘實得次商六紀右以乘負隅一仍得六註尾位呼除負實六六三十六恰

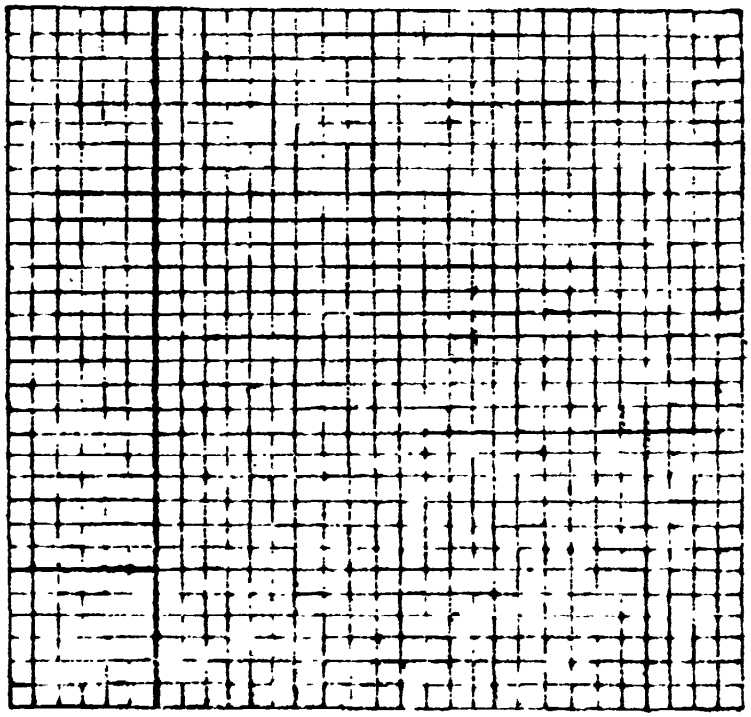
縱陸三三

六〇肆六
三〇陸〇
九捌三

翻法圖



上圖減縱　通長六十　盡得長三十六　負長自乘　滿二十四

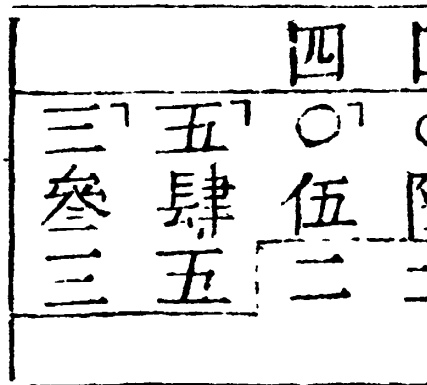


下圖損濶益長

二十四

通積八百六十四損右廉以益左廉合原積隅三十六在外

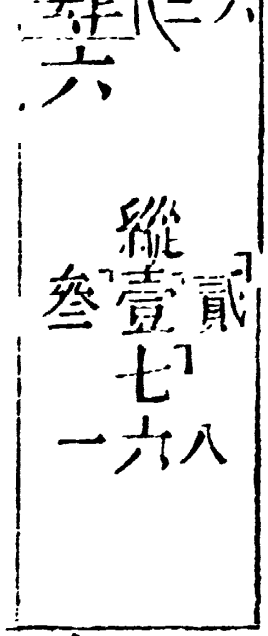
假如直積三千四百五十六長濶和一百二十求長幾何列實定位列和爲縱方立一爲負隅初商七有二段即七十



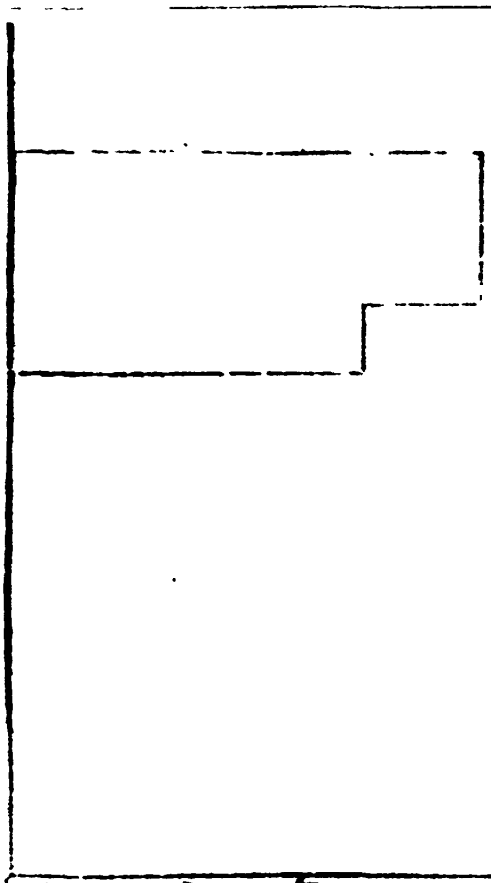
乘負隅一仍得七紀右以減縱方餘縱五即五十以呼初商合除三千五百而原積不足乃翻以原積除之列三五於原積之上反以原積除之尾位〇變四進位〇變四進位削五又進位削三剩負積四十四爲實仍以初商七十乘負隅減餘縱五十而餘縱不足乃以餘縱五十反減初商七十餘二

十爲廉法挨註次位而縱又爲負次商二紀右亦註二於尾位爲隅法共二十二皆與所商之二呼除恰盡得長七十二

亦有虛立長濶和較求長者假如直積八百六十四步一長二濶三和四較共三百一十二步求長若干依前法演得八長一濶以一濶爲實八長爲負隅共步爲縱方列實初商三紀右 即三十以乘隅八得二百四十以減



縱一變七進削三餘縱七十二以呼所商三除



肆上〇變六　進位六變九　進位一變二　進位二變一　尚餘負積一

積合除二千一百六十而積反不足乃翻以積除之列二一六〇於上

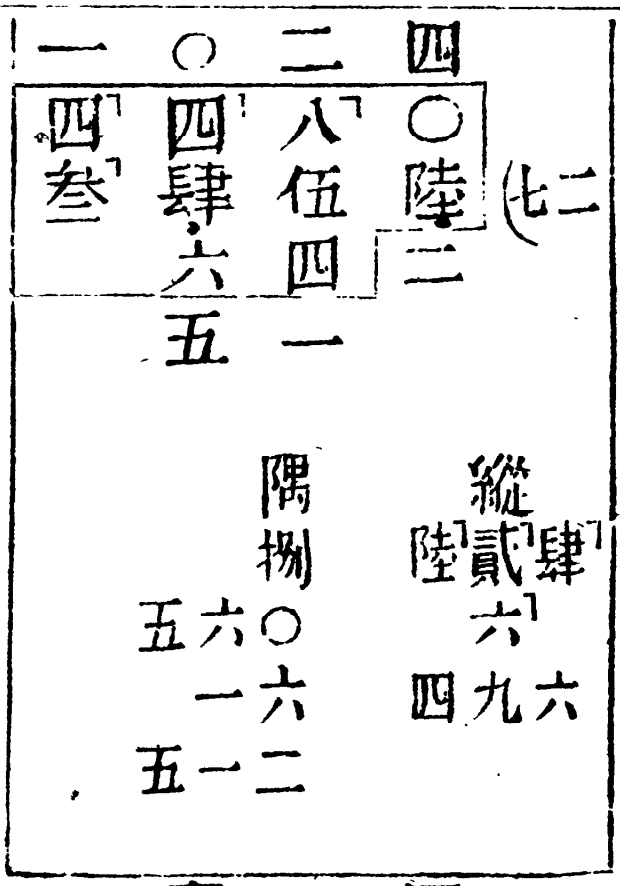
二九六復以初商三乘負隅八合減縱二百四十而餘縱七十不足翻以餘縱減之剩負縱一

百六十八是餘縱積算俱負

次約負積商六紀右以乘負隅八又併負縱共二百一十六挨註尾位以呼所商二六一十二　二上削二進削一　一六除六　一上九變三　六六三十六恰盡得長三十六

假如直積三千四百五十六步一長二濶三和四較共六百二十四步求長幾何仍前八長一濶以一爲實八爲負隅共步爲縱方初商七紀右以乘負隅八得五百六十以減縱方剩六十四註首位合除四千四百八〇

列原積上以視原積不足翻以原積減之尾位〇變四



四上八變二　六上四變〇　進位四變一餘負一千二十四爲實再以初商十七乘負隅八得五百六十者減餘縱而縱又不足則翻以縱減之餘縱四百九十六而隅法縱法積法俱負續商二紀右以乘隅八得一十六併入負縱共五百一十二挨尾註之與所商二相呼恰盡

得長七十二步

同文算指通編卷七

同文算指通編卷八

帶縱諸變開平方第十五

開方帶縱其變無窮更繹其要有十一種餘可神而明之若積與二濶較及長濶較求濶用帶縱減積開平方假如三廣田積二千四百六十五步第云中廣不及南廣八步亦不及北廣三十六步又不及正長六十七步問二廣併長各幾列積爲實併不及二廣共四十四以四而一得

（八）

帶縱壹一
壹二

八伍七

五陸〇

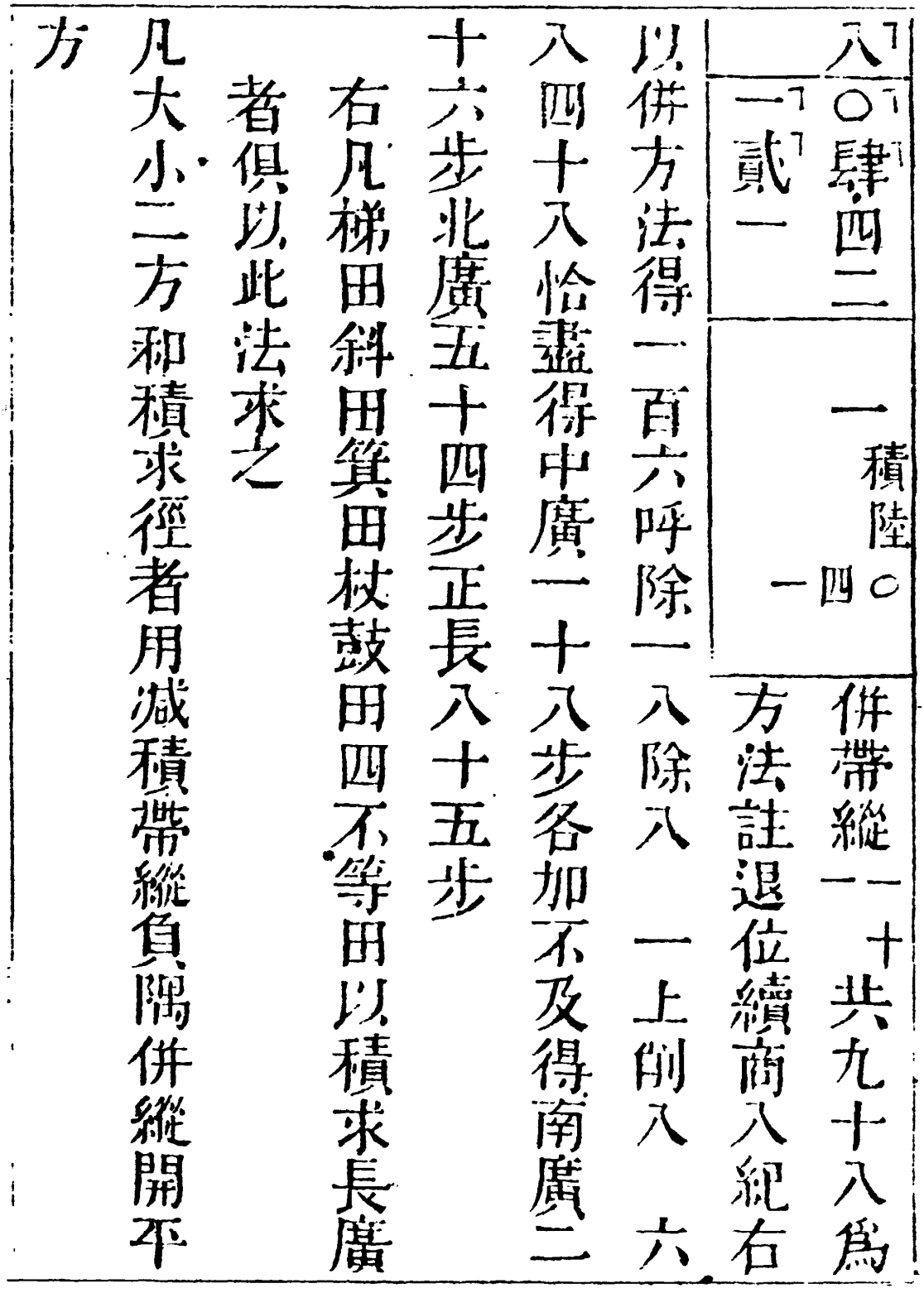
〇肆四

減積柒七
陸〇
四

一貳一　一十一爲縱方以不及正長六十七爲減積初商一紀右（卽十）以併帶縱共二十一列註首點下爲方法以乘減積得一千四百七先以減積所乘呼商一七除七尾位伍變八　進位陸變五　四除四　進位肆變〇一一除一首位貳變一　次以所註方法呼商一二除二二上〇變八進前一　一一除一　一上五變四餘實八四八乃倍方一作二爲廉法（卽十）併減積六十七又

帶壹一
縱壹二

一八
八伍七
八　六
四五陸〇一
九〇
減柒七



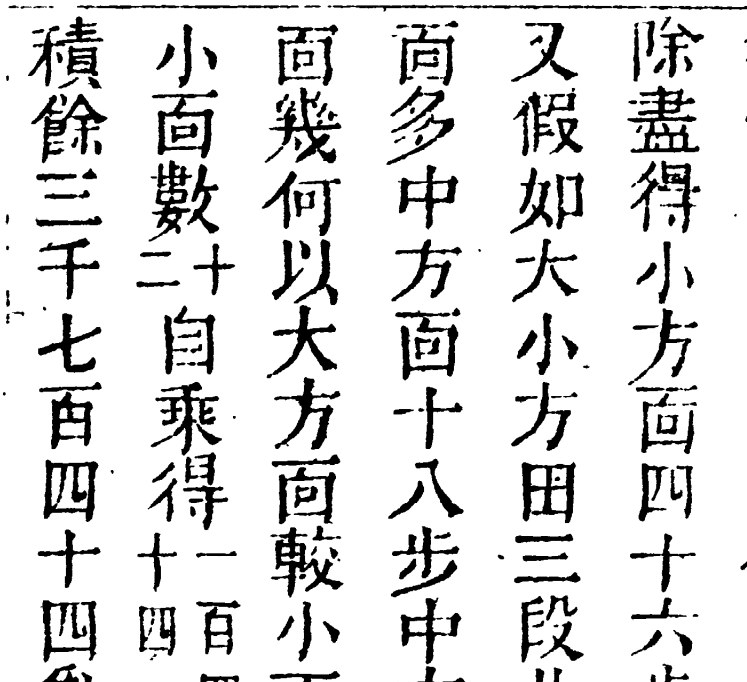
以併方法得一百六呼除一八除八一上削八六
八四十八恰盡得中廣一十八步各加不及得南廣二
十六步北廣五十四步正長八十五步

右凡梯田斜田箕田杖鼓田四不等田以積求長廣者俱以此法求之

凡大小二方和積求徑者用減積帶縱負隅併縱開平方

假如大小方田二段共積七千五百九十二步大方面較小方面多二十八步求大小方面各幾何用較自乘得七百八十四以減積餘六千八百零八爲實倍較二十八得五十六爲帶縱另置二爲負隅初商四即四乘負隅二得八十併縱方共一百三十六爲方法註積下以呼所商

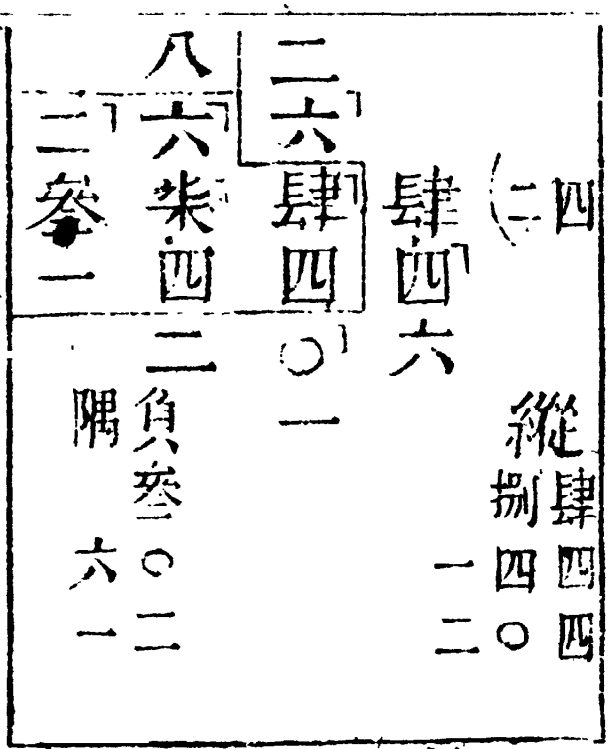
| | | |



八次倍商得八併初方一百三十六共二百一十六爲廉法註退位續商六紉右亦乘負隅得一寸二爲隅法併入廉法共二百二十八與次商呼除盡得小方面四十六步加較得大方面七十四步

又假如大小方田三段共積四千七百八十八步大方面多中方面十八步中方面多小方面十二步求各方面幾何以大方面較小面數三十自乘得九百以中方面較小面數十自乘得一百四二自乘得四相併共一千四十四以減共積餘三千七百四十四爲實併二較倍之得八十四爲

縱方以三爲負隅初商二紀右（即二）以乘負隅三得六十併縱方共一百四十四爲方法列首位以呼所商二

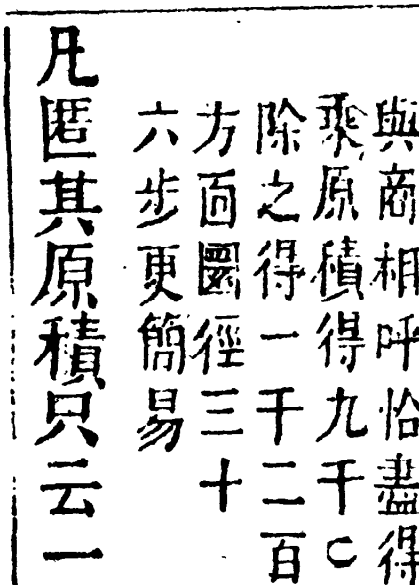


四除八四上肆變六進位七變六二四除八四上陸變八進位三變二一二除一一上削二餘實八百六十四倍方法六作一百二十爲廉法以併縱方八四得二百四註退位爲方法次商四紀右以乘負隅三得一十二爲隅法併方法共二百一十六與次

商呼除二四除八　二上削八　一四除四　一上六變二　四六二十四恰盡得小方面二十四步以較加之得中方面三十六步大方面五十四步

凡方田圓田徑相似以其共積求相似之徑幾何者用隅算開平方凡圓者之四可當方者之三併方圓之率爲七用七爲隅算用四乘原積開方

假如方圓田共積二千二百六十八步只云方面圓徑相等求方面圓徑者四乘原積得九千七十二步爲實另列七爲隅算初商三紀右　卽三乘隅七共二百一十

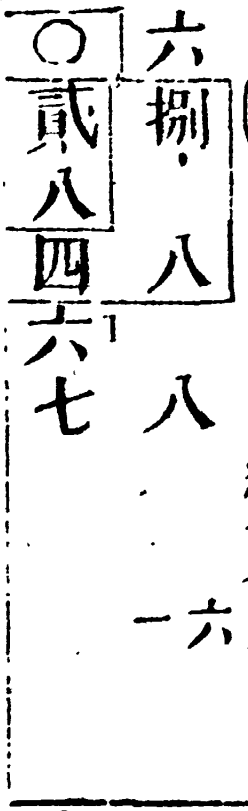


爲方法與商相呼二三除六　二
上玖變三一三除三　一上〇變
七進位三變二餘實二七七二乃
倍三十作六十爲廉法註退位次
商六以乘隅七得四十二爲隅法
得三百六十併共四百〇二仍併入廉法共四六二
與商相呼恰盡得方面圓徑俱三十六步　又法四
乘原積得九千〇七十二步併方四圓三得七爲法
除之得一千二百九十六爲實乃以開平方法求得
方面圓徑三十
六步更簡易

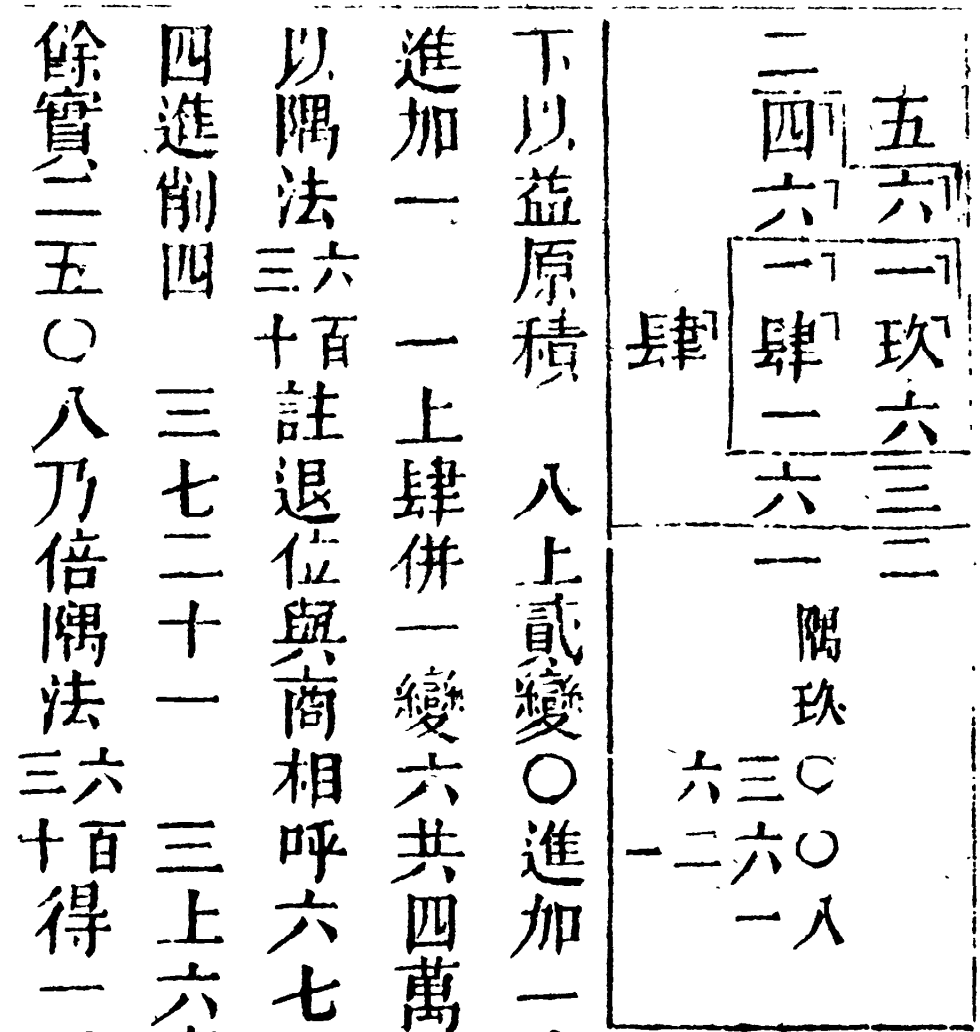
凡匿其原積只云一長二濶三和四較更以長乘之共

數若干其長濶之較若干以求其長幾何者用益積以補濶則有帶縱隅益積開平方

假如田不知積但以長乘一長二濶三和四較共得四萬四千九百二十八步其長濶之較二十四步求長者列實另置較爲益縱約三和得三長三濶併一長二濶得四長五濶又併四較入濶爲長得八長一濶共九段



以九爲隅算初商七十乘隅算九得六百三十爲隅法



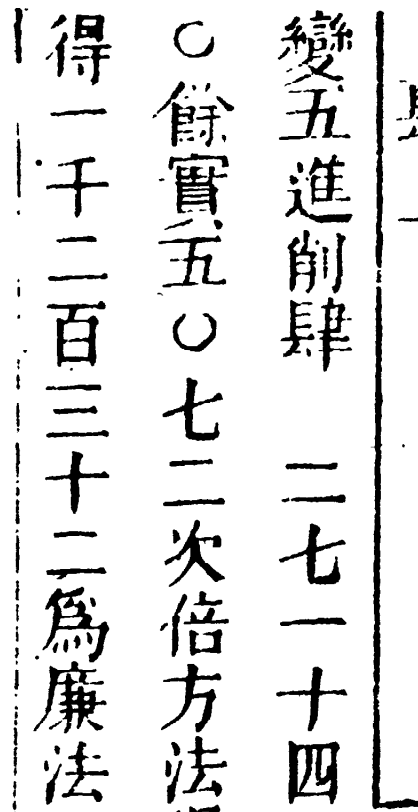
又以初商七乘益下以益原積八上貳變〇進加一六上玖併一變六進加一一上肆併一變六共四萬六千六百〇八却以隅法六百三十註退位與商相呼六七四十二六上六變四進削四三七二十一三上六變五進位四變二餘實二五〇八乃倍隅法六百三十得一千二百六十爲方法註退位以商餘實得二紀右又乘隅算九得一十八

縱二十四得一千六百八十註原積之

爲隅法另以所商二乘益縱二十四得四十八併入餘實八上八變六四上〇變五共得二五五六却以方隅二法併共一千二百七十八皆與所商二呼除恰盡得長七十二步

又同前田不知實用長數乘一長二濶三和四較共若干及其較若干以求長者或損長以就之用帶縱負隅減縱開平方

假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬七千二百一十二其較二十八步而不知其積求其長列長乘之



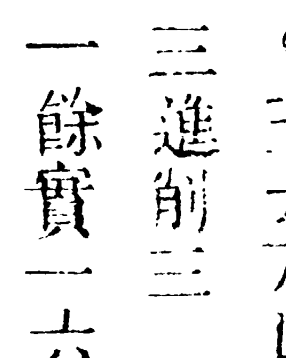
積爲實較爲縱方仍前法推得九爲負隅初商七十紀右乘負隅得六百三十爲方法內減負隅二十八剩六百二退位註實下以呼所商六七四十二六上柒變五進削肆　二七一十四　二上壹變七進位貳變〇餘實五〇七二次倍方法得一千二百六十內減縱法二十八得一千二百三十二爲廉法列餘實之下約實續商得

四紀右乘負隅得三十六爲隅法併廉法共一二六八
改註尾位與續商相呼恰盡得長七十四步
又有同前不知積知較而以濶乘其一長二濶三和四
較得若干求長者用減積帶縱隅益積開平方
假如設爲一長二濶三和四較以濶數乘之得二萬九
千九百五十二其較二十四問長幾何置較自乘五百七十
六以減原積餘二萬九千三百七十六爲實以較自乘減原積

二
七
四陸二

益縱肆〇八
貳八四
六

故曰減積較爲益縱六爲隅
算初商七十紀右乘隅



六得四百二十爲隅法

註實下又以商七乘益

縱二十得一千六百八

四　十以益原積尾次七變

五進位叁變○　又進玖變一　又進貳變三得三一

○五六乃以隅法乘商呼之四七二十八　四上一變

三進前三　二七一十四　二上○變六　進位三變

一餘實一六五六乃倍隅法得八百四十爲廉法續商

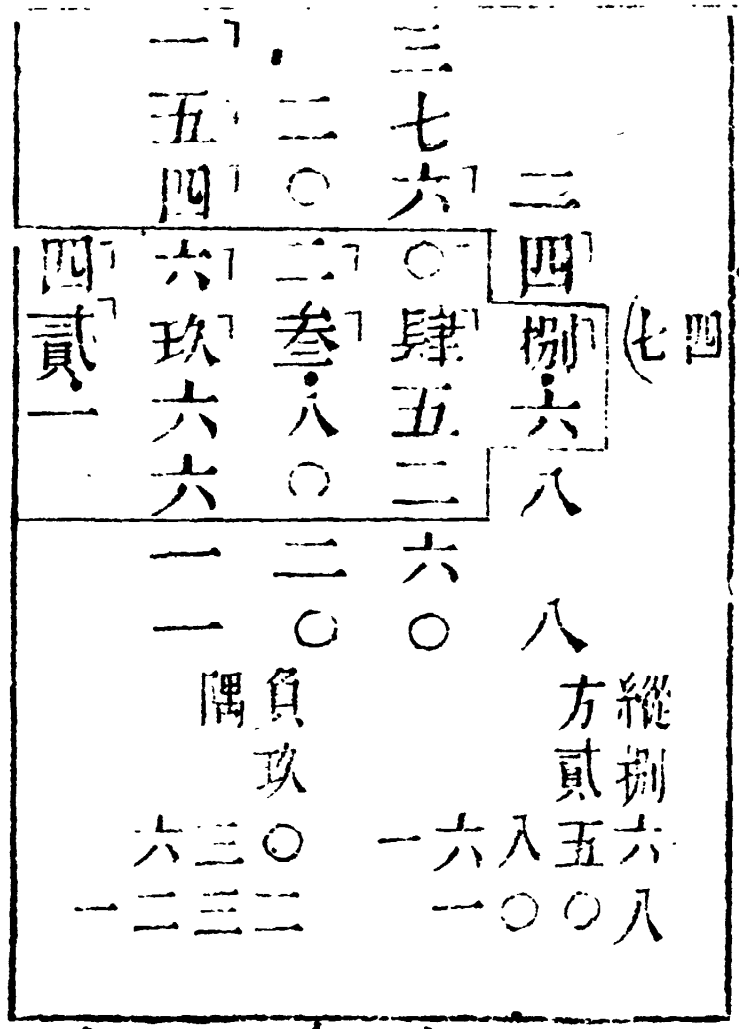
二以乘隅六得一十二爲隅法与以所商二乘益縱得

四十八以益餘實尾位陸變四進位五變〇進位六變
七共一千七百四郤以廉隅二法共八百五十二註尾
位以呼續商恰盡得長七十二步

亦有匿積只以濶乘一長二濶三和四較共若干及較
若干求長而用帶縱負隅減縱益實開平方者

假如田不知積一長二濶三和四較以濶乘得二萬九
千三百四十八步濶不及長二十八步者列實亦列較
爲縱方九爲負隅共得九段初商七紀右即七以乘負隅得
六百三十爲方法以減縱方二得六百二註實下又以

乘縱方得一萬六千八百五十六以益實六上捌變四



五上肆變〇　八上叁變二六　上玖變六一上　貳變四乃以所商七呼除所註之下法六百二上〇變二

六進位二變〇　六上六變四進捌四餘實四〇六四

次倍方法一千二百六十減縱方得一千二百三十二爲廉法

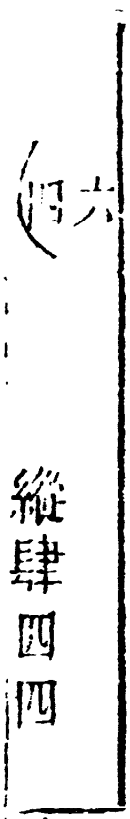
次商四紀右以乘負隅九得三十六爲隅法以乘縱方得一千零八爲益實併入餘積八上四變二進位六變七一上四變五以廉一千二百三十二隅三十六相併一千二百六十八呼商恰盡得長七十四步

右法以濶求長積欠一較故乘較爲益實以補其缺亦有同前不知積而以濶乘長濶和較其數及較求濶者用帶縱廉開平方

假如直田不云積步只云一長二濶三和四較以濶乘得二萬九千九百五十二步濶不及長二十四步求濶

者置乘積爲實減較之半二十爲縱廉而以初商乘之
初商四卽四十紀右爲方法以乘縱廉得四十八卽與商
相併共五十二註實下照式退位以呼初商四五四二
十進前貳二四除八二上玖變一餘實九一五二
次倍所乘縱廉得九十六及方法八共一百四進位得一
千四十爲方法再置縱方一十二爲廉以相併共一千五十二商實得八
紀右亦註尾位爲隅以乘縱方得九
十六併方廉隅共一千一百四十四

八		
四	縱貳	
貳四	方壹	
伍四		
三一	玖二一	

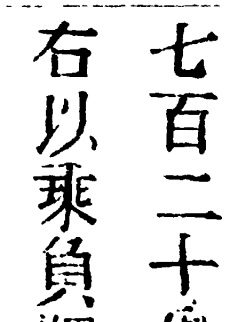


註實下以呼次商恰盡得潤四十八

又有同前匿積和較又以潤乘長潤和較共數求潤用帶縱廉負隅開平方者

假如田不知積只云一長二潤三和四較以潤乘之共二萬九千三百四十八其較二十八以求潤者置潤乘數爲實推得共八較九潤用九爲負隅以較八乘得二百二十四爲縱廉以初商乘負隅爲方法初商四即四十

紀右乘隅得三百六十併



廉貳八四
貳五九

負玖〇四
隅六二五
三七

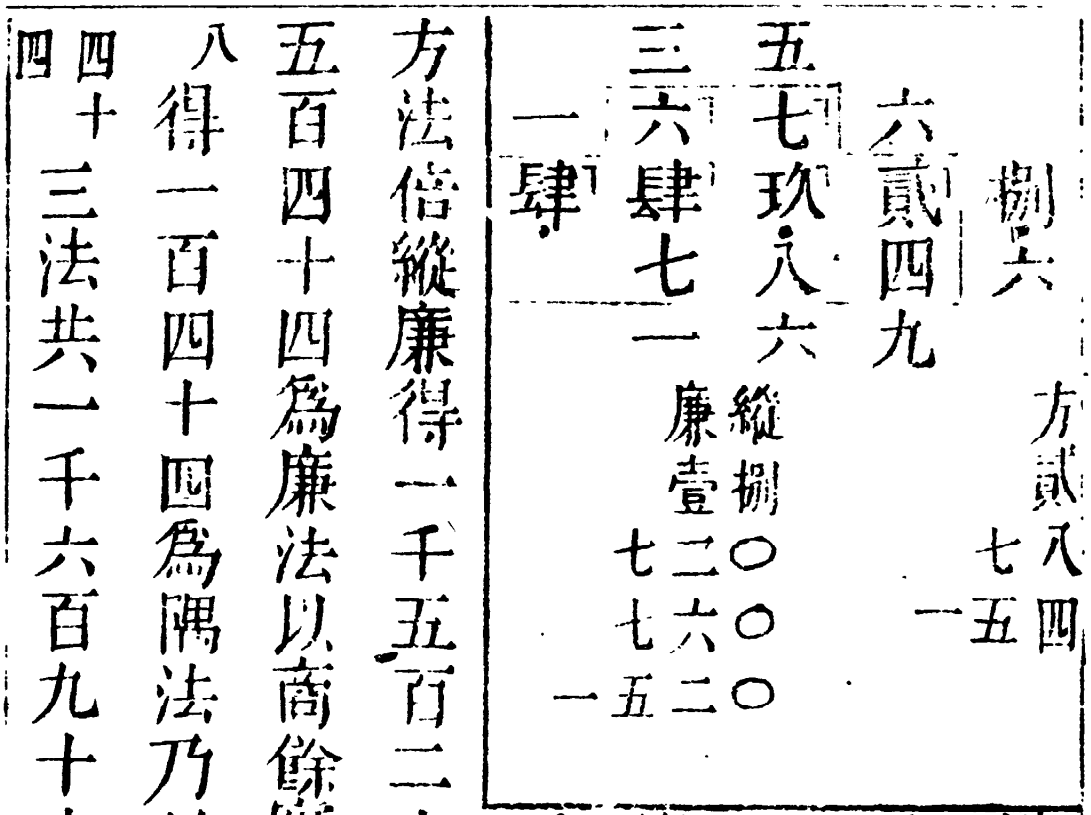
縱廉共五百八十四註實下呼商五四除二十進削貳　四八三十二八上叁變一進位玖變六　四四一十六　四上肆變八進位一變九　進位六變五餘積五九八八次倍方法得七百二十爲廉法併縱廉九百四十四爲實續商六紀右以乘負隅九得五十四爲隅法併廉法縱廉共九百九十八註實下呼商恰盡得濶四十六步

若同前不知積步第置長濶和較以長乘得若干及較求濶用帶縱方廉開平方

假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬四千九百二十八步較二十四步求其濶若干列實以較爲縱方推得八長一濶共九段倍之得一十八爲縱廉以乘初商而併計之又兼縱方乃以呼商除之初商四紀右（四）爲方法乘縱廉一十八得七百二十併入方法四十共七百六十又併縱方二十四共七百八十四以呼商四七二十八

（四）縱肆四四

十八　七上肆變六進位



肆變一　四八三十二
八上玖變七進位六變三
四四一十六　四上貳
變六進位七變五餘實二
三五六八乃倍四得八爲
方法倍縱廉得一千五百二十併入縱方二十
四　共一千
五百四十四爲廉法以商餘實得八紀右以乘縱廉十
八得一百四十四爲隅法乃併方八廉一千五百
四十四　隅一百
四十　三法共一千六百九十六詰實下呼商恰盡得潤
四

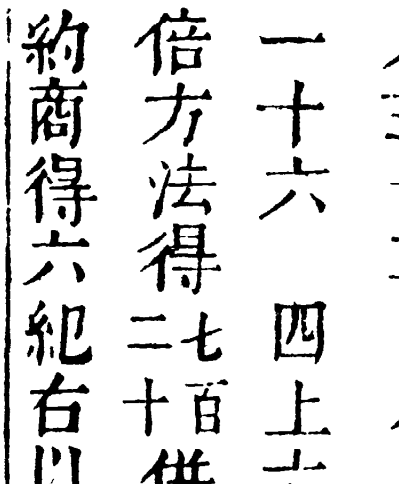
四十八步

又同前不知積及置長濶和較以長乘得若干及較求濶用帶縱廉負隅乘縱減實開平方者

假如一長二濶三和四較長乘得四萬七千二百一十二步濶不及長二十八步求濶幾何列實推得八長用八乘較得二百二十四爲縱廉推得九段用九爲負隅又以較爲減縱方初商四（即四十）紀右以乘負隅得三百六十爲方法併入縱廉共五百八十四爲下法乘減縱

六　縱肆四
四　廉貳八

得一萬六千三百五



貳五　減捌二二
負玖〇四　縱貳五一
隅六五　三五
三　一

十二爲減實註實下
變爲三〇八六〇乃
以初商四呼下法照
常註退位五四得二
十進位三變一　四

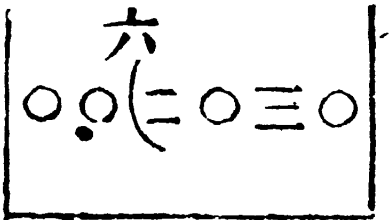
八三十二　八上八變六進位〇變七進倒一　四四
一十六　四上六變〇進位六變五餘實七千五百乃
倍方法得七百二十併縱廉二百二十四　共九百四十四爲廉法
約商得六紀右以乘負隅得五十四爲隅法即以隅法

乘減縱得一千五百一十二以減實餘五九八八以廉隅二法相併得九百九十八與次商相乘開之恰盡得濶四十六

開立方法第十六

凡數自乘平列一面爲平方更以原數再乘則四面皆方中積充實爲立方矣凡立方點段俱隔二超三而首段尋其原數以自乘再乘如適合見數者卽爲方法開訖如少于見數則挨身減數尋原而以其再乘所得列首段下除之以爲方法若再乘之數反浮見數卽非其原餘實三倍其

方爲廉另置而以方法進一十如係一則作一十係二則作二十之類與相乘得數以較餘實約得幾何分之幾何假如已得二之一者卽以二爲次商亦以乘廉法得數若干以併前所乘數共若干而以次商數總乘之卽得三面之廉復以次商數自乘再乘爲隅法併入開盡有不盡者以法命之



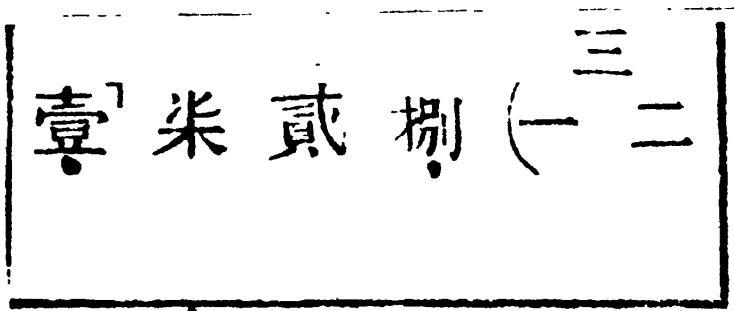
依法分爲四段先開首位之㭎尋原係二乃以二自乘再乘得八恰盡　抹㭎右紀二　次開叁陸伍除點上之伍未用且作六三開之乃三倍

○	柒	貳	肆	伍	陸	叁

其二爲六另置於方法之上試加一爲二以六乘之得一百二十六以除原積叁陸其數反浮乃只作○紀格右爲二○次求第三位更三倍其二爲六於方法之上隨意加一位且如只加○爲二○以與六相乘得一萬二千以視原積叁陸伍肆貳約得三之一乃商三紀格右爲三○以乘六得一百八十併前一萬二千共得一萬二千一百八十又以三乘之得三萬六千五百四十又以三自乘再乘得二十七爲隅法

併入恰盡　凡隅法皆以尾位挨本位所點之下尚餘尾段三箇○再加一○于格右

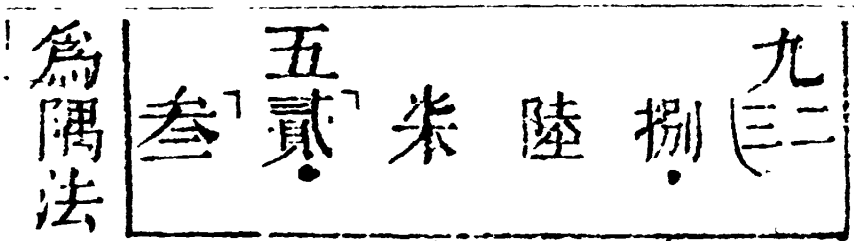
假如列實一千七百二十八



首位一自乘再乘只得一以一爲方法紀右抹壹次倍一爲三作廉法另置乃以方法加○爲一○以乘廉法三得○約得原積七十內二之一矣乃改○作二爲次商紀格右以乘廉法三得六併○共得三十六而以次商之二乘之得七十二又以二自乘再乘得八爲

隅法併入是爲七百二十八開盡

假如列實三萬二千七百六十八數



首位尋原係三以三爲方法自乘再乘得七二變五林叁次倍三作九爲廉法加〇于方法之右爲三〇以乘九得二百七十以視餘實五千七百六十三以乘九得二百七十以視餘實五千七百六十為二之一乃商二紀二千三右以二乘九得一十八併前乘共得二百八十八以二總乘得五百七十六符三廉之數又以二自乘再乘得八為隅法併入盡若次商以方法進位乘廉法而乘得之

數適符餘實或於餘實相近不足二之一及三之一以上者只以一爲次商之數

假如列實九千二百六十一數

一六
二
壹
陸
貳
玖

先開首位玖尋原用二自乘得八即除八于玖而林玖變一以二爲方法紀右次倍二得六爲廉法另置次以二爲二與相乘得一百二十適近本積只以一爲次商數以乘所置六仍得六併前乘共得一百二十六又以一自乘再乘爲隅依法併入是爲一千二百六十一恰盡

廣諸乘方法第十七

凡積數若干以平面開之適得自乘之數者爲開平方其立方乃開平再乘積也四面皆方中積滿布三乘方長立方也如以二自乘起者得兩立方以三自乘起者得三立方之類但以平面一邊之數爲準　四乘方平面立方也如長立方得兩方數則進作四立方如長立方得三方數則進作九立方又如長立方係九方數則進作八十一立方之類倣此以至無窮供係平面　五乘方大立方也如二自乘起者有四立方爲大方如係五自乘起者有二十五立方爲大方之類自此推之六乘方視三乘形七乘方視四乘形八乘方視五乘形餘乘倣此可至無窮舊法繁碎且僅止于

五乘此立捷法由平面至諸乘總一機軸先以諸乘原委布爲一圖乘毋爲原乘出之子爲開

一乘方	一	二	三	四	五	六	七	八	九
平方	一	四	九	一六	二五	三六	四九	六四	八一
再乘立方	一	八	二七	六四	一二五	二一六	三四三	五一二	七一九
三乘方	一	一六	八一	二五六	六二五	一二九六	二四〇一	四〇九六	六五六一

凡開方列位以點分段者平方每二位點作一段再乘方每三位一段三乘方每四位一段倣此推之至九乘方則十位一段矣皆自尾小數起而先以最大數之首

四乘方

								一
								二
								三
								四
								五
								六
								七
								八
								九

五乘方

								一
								二
								三
								四
								五
								六
								七
								八
								九

段檢上圖以尋其原即以原數開之假如平方開者檢知首段數四十九即知七是原數用七自乘可開若首段數係六十四者即知八是原數用八自乘可開若係六十三者不及六十四尚以七數開之餘積另

六乘方

一
八　七　四　五
二　八　二　三
一　八　一　二
二　一　八　一
六　三　二　九
三　四　五　六
二　五　一　七
九　六　九　二
四　七　八　二
二　〇　九　二

七乘方

一
六　一　六　一
五　六　二　二
六　五　六　一
六　五　五　三
三　六　〇　二
一　六　九　七
五　七　六　四
一　六　七　七
四　三　〇　六

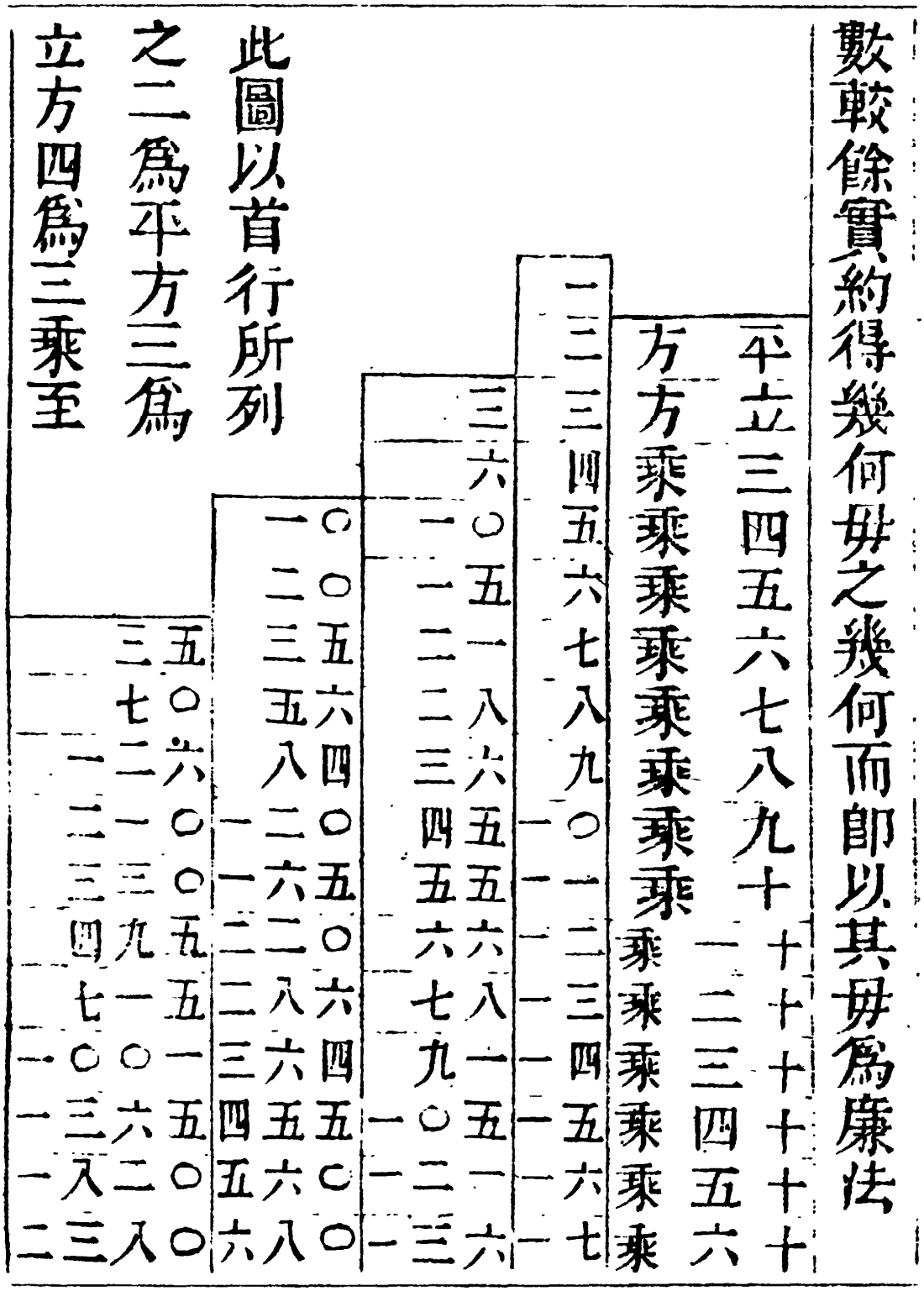
二三四五六七八九

求再乘三乘以上皆同此法假如再乘首段係二十七檢知其原係三即以三開之若是六十三以下亦以三開又假如七乘方首段係二五六原數是二以二開之若原數是六五六亦及三數之六五六一仍以

二開之也上圖係乘出之數已得乘出之數開方之時第以此數註首段下以除爲開

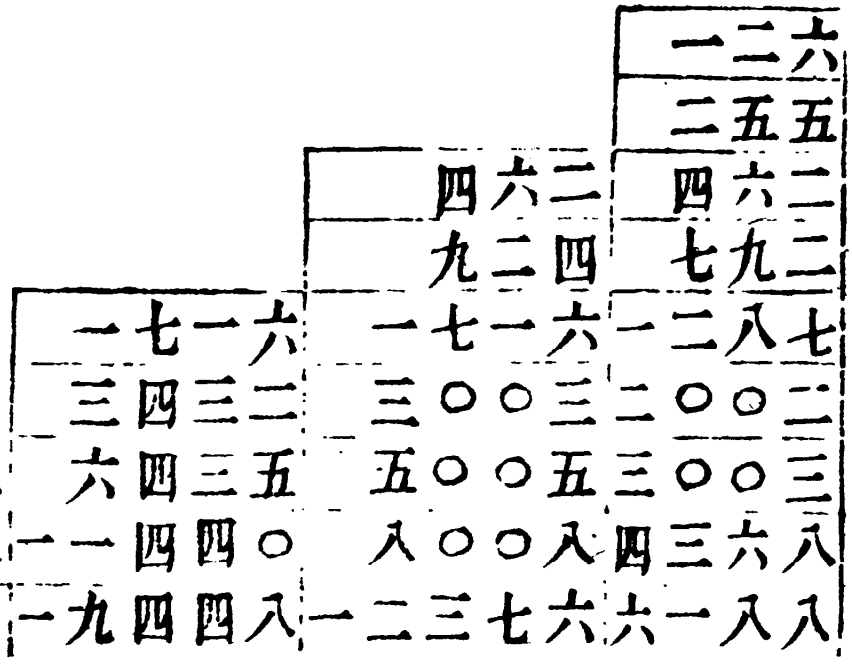
右法已得首位方法餘實倍方爲廉平方者一倍再乘方者再倍三乘以上皆以本乘之數倣此倍之別立通率凡平方只一率爲二再乘立方有二率爲二〇三〇三乘方有三率爲四十爲六百爲四千自此以上諸乘倣此漸加而皆如後圖所推乃以方法之數乘之以乘出之

數較餘實約得幾何毋之幾何而即以其毋爲廉法



此圖以首行所列之二爲平方三爲立方四爲三乘至

十七則十六乘方也餘乘倣此首行順列其第二行數悉承首行上格二數積之如三爲六四爲一〇之類數第六爲一〇之類數則挨加一數如第二行第五格爲一其第三行第五格



亦爲〇一是也

右格內數以檢各乘合用通率而各視其乘法多寡於本位疊加虛〇凡平方一乘者用一率爲二以加〇爲二〇以與方法相乘其立方再乘者用兩率爲三三而左小數加一〇爲三〇右大數加兩〇爲三〇〇而以三〇〇乘方法若三乘方者則用三率爲四六四于末位之四加一〇爲四〇進位之六加二〇爲六〇〇首位之四加三〇爲四千

亦以大數乘方法右圖只具四六兩位而乘法却宜三位則迴用右方之四以足三率若並位之數相重如四乘方之連用一〇〇〇者迴轉減其重數竟以首位之五用之末位爲五一〇〇〇五照前依位增〇其數則爲五十爲一千爲一萬爲五萬而以五萬乘方法也至六乘方八乘方以上皆然

一乘　右列廉法
通率　〇
列法　二　左列方法

再乘　〇〇
通率　〇三
列法　三

三乘　〇〇〇
通率　〇〇四
列法　〇六　四

四乘通率列法

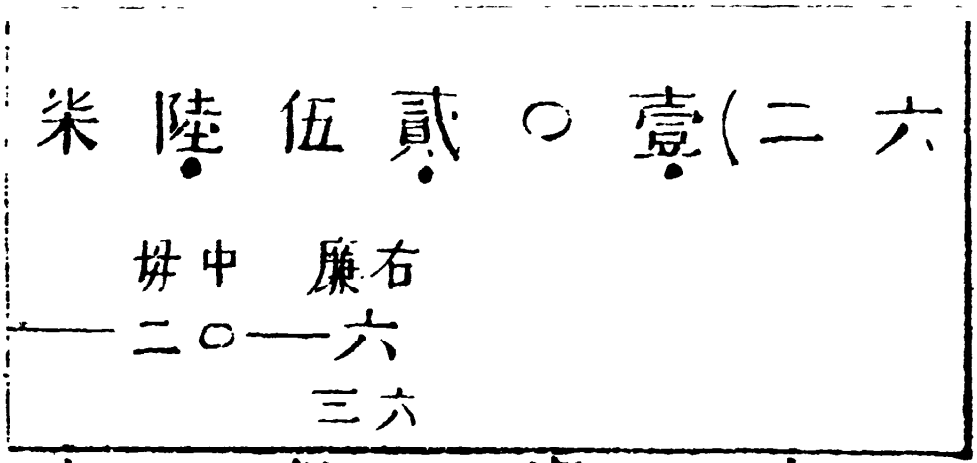
○○○○
五○○○○
一○○○○
一○○○
五○

五乘通率列法

○○○○○
六○○○○○
一五○○○○
二○○○○
一五○○○
六○

此末位加一五進位一又進位加二又進位加三凡二字每位有四加五進位加一又進位加二加一又進位加二加一又進位加二

假如列實六百七十六萬五千二百〇一以平方開之



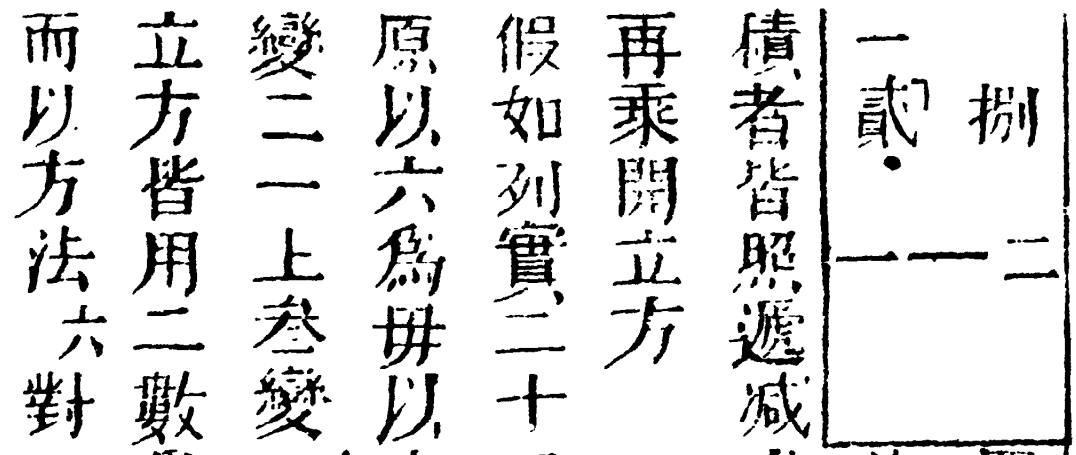
初商得二爲方法以求廉法立二〇爲通率列中位亦列方法于左位以相乘得四〇以較餘實二七約得六之一乃立六爲廉法列於右位以自乘得三六爲隅法附列乃以廉數六乘四十得二百四十以併自乘之三十六共二百七十六盡第二段餘實五二〇一另置通率併廉入方爲六二置左位以乘二〇得數五百二十

二陸　左二
方

以較餘實得一又以一爲廉法置右位自乘仍得一爲隅法併入恰盡

若已得廉法而以乘通率反浮餘實或廉法相合而隅法又浮餘實者皆減其廉法以乘之假如列實二百八十九初商一除實一百餘實一百八十九次商以方法乘通率只係二以較餘積可用九除實一百八十而乘出隅法八十一則浮原積又試用八除實一百六十而乘出隅法六十四亦浮原積惟再減用七爲廉法乘得一十四以除餘積尚餘

一　七九
玖　四
　　〇一

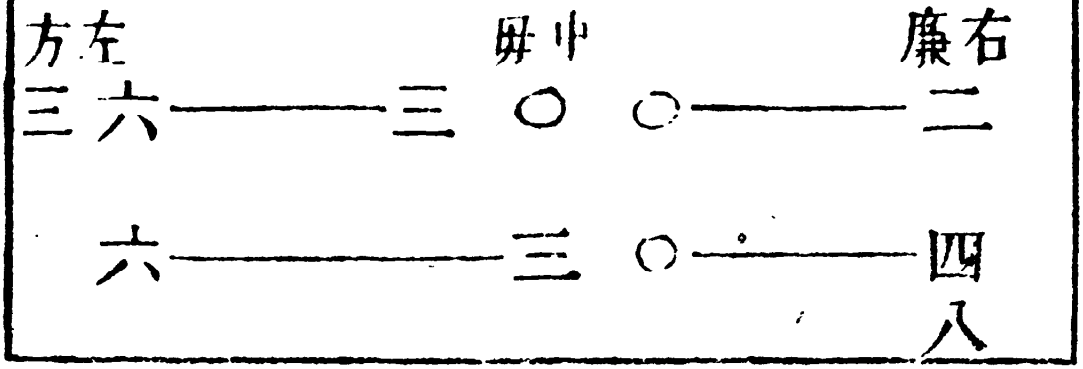


四十九而以廉法自乘得四十九爲餘法併入恰盡凡諸乘所用廉法有浮原積者皆照遞減求之

再乘開立方

假如列實二十三萬八千三百二十八以立方開之尋原以六爲毋以六自乘再乘得二一六除積　六上捌變二一上叁變二　進林貳以六爲方法以求廉法凡立方皆用二數爲通率爲三十爲三百自下而上疊位而以方法六對〇以方法自乘得六對三〇各列于左

六）開貳叁開貳叁開貳



初乘乃以三六乘三〇〇得一萬八百以視餘積約得二之一乃立二爲廉法以對三〇〇復以廉法二自乘得四以對三〇各列于右又以二乘四得八爲隅法附列于下乃以廉二乘一萬八百得二萬一千六百

再乘以六對三〇乘之得一百八十又以四乘得七百二十以上二次乘出數併之得二萬二千三百二

十加入隅法之八恰盡

凡方法之乘皆在通率位左以方法數對尾位其乘數自下而上凡廉法之乘皆在通率位右以廉法數對首位其乘數自上而下四乘五乘以上皆倣此

右再乘方法若以還原則以六十二自乘再乘

若初商方法只係一數者通率無乘須併諸率位除之

一　一　一
壹　一　一
叁　〇　〇

一而淨即以一爲廉法假如列實一千三百三十一以再乘立方開之初商以一爲方法除淨首位一千次併中位兩通率一除

叁　〇三
壹　一一
　　一一

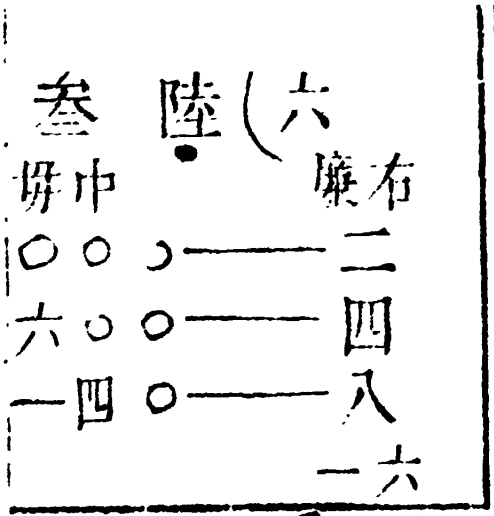
可淨以一爲廉法對通率三百次以自乘仍得一對次通率三十又以再乘亦得一爲隅法系其下而以隅法之一併入三百三十恰盡

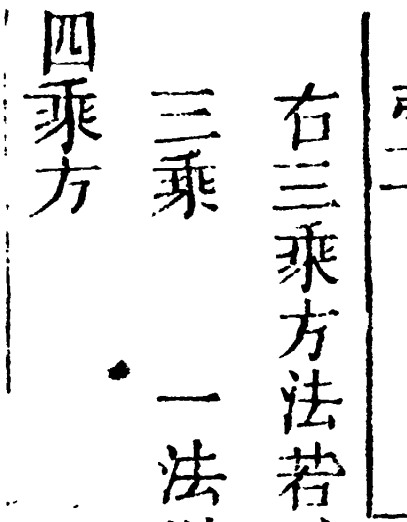
右式可例其餘凡以一爲方法者不論幾乘方皆以諸位通率併求

三乘方

假如列實一千四百七十七萬六千三百三十六以三乘方開之尋原以六爲母自乘再乘得一二九六除積

六上朱變一　九上朱變捌　二上肆變一　一上
前壹次以六爲初商方法以求廉法凡三乘皆疊用通
率三位爲四十爲六百爲四千先列通率於中位乃列
方法于左尾位自乘三再乘二一六自下而上對列初
乘以二百一十六乘四千得數八十六萬四千較原積
約二之一以二爲廉法列右首位自
乘四再乘入三乘六聯列乃以二乘
八十六萬四千得數一百七十二萬
八千





再乘　以六三乘六〇〇得數二萬一千六百

又以右四乘之得數八萬六千四百

三乘　以六乘〇四得數二百四十以右

八乘之得數一千九百二十乃合三

乘數積之併入隅法六一共得一百八

十一萬六千三百三十六恰盡

右三乘方法若以還原則以六十二之數自乘再乘

三乘　一法以開平方法所得數更以平方開之

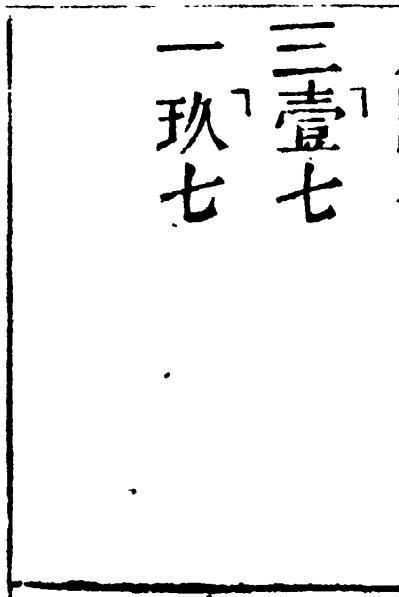
四乘方

假如列實九億一千六百一十三萬二千八百三十二數以四乘方開之尋原六爲初商除積七億七千七百六十萬餘實一億三千八百五十三萬二千八百三十二以求廉法凡四乘方通率疊用四位爲五十爲一千爲一萬爲五萬中列自下而上而以方法六對尾位五列之又自乘再乘三乘四乘亦自下而上對列于左

二四八六二一三

初乘首位左乘得六千四百八十萬以較餘實約得二之一以二爲廉法對首位五萬列之亦自乘再

(六)貳
〇〇〇五



乘三乘自上而下對列又回乘得二爲隅法系于其下而以首位二三數乘左乘所得之數計得一億二千九百六十萬

次乘次位左乘得二百一十六萬而以右四乘之得八百六十四萬

三乘第三位左乘得三萬六千而以右八乘之得二十八萬八千

四乘尾位左乘得三百而以右六一

乘之得四千八百以上四乘之積併入右廉四乘所得隅法三十二恰盡

右四乘方若以還原則以六十二數自乘再乘以至四乘

五乘方

假如列實五百六十八億〇〇二十三萬五千五百八十四數以五乘方開之等原六爲初商除積四百六十六億五千六百萬餘積一百一億四千四百二十三萬

五千五百八十四數以求廉法凡五乘方皆倣用通率

（六）肆捌伍伍肆

二四八六二四
一三六

中列自下而上而以方法六對尾位六。列之又自乘再乘三乘四乘自下而上皆列于左位

初乘　首位左乘得四十六億六千五百六十萬以較餘實

四〇五
一捌六
〇陸六
一伍四

六一
六六
六六
六六

七九一三
七二二
七一

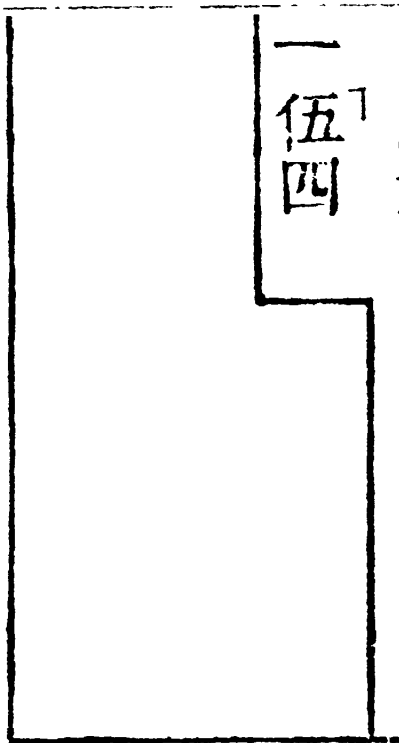
約得二之一以二爲廉法對首位六十萬列之亦自乘再乘三乘四乘自上而下對列于右又五乘得四六爲隅法系下而以首位二數乘左乘所得之數共得九十三億三千一百二十萬

次乘次位左乘得數一億九千四百四十萬而以右四乘

(六)

肆捌伍伍

二四六四
四八二四
六二三六
〇〇〇〇
〇〇〇〇
〇〇〇〇
〇〇〇〇
〇〇〇〇
〇〇〇〇
〇〇〇〇



之得七億七千七百六十萬

三乘三位左乘得四百三十二萬而以右八乘之得三千四百五十六萬

四乘四位左乘得五萬四千而以右六乘之得八十六萬四千

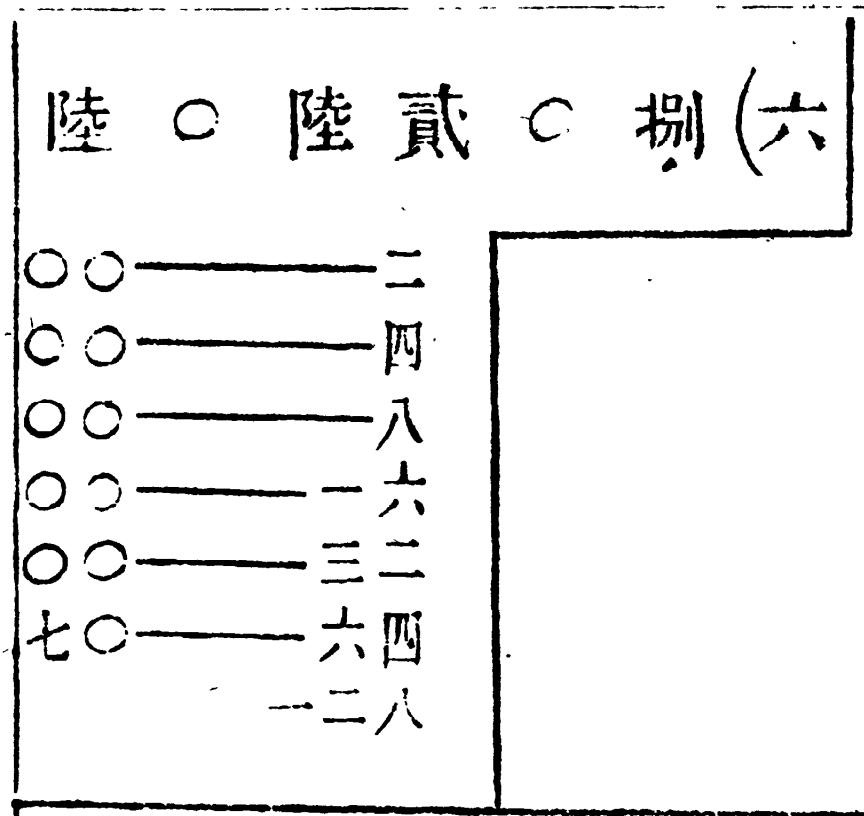
五乘五位左乘得三百六十以右二乘之得一萬一千五

百二十併上五乘積又併右
廉所乘隅法六十四恰盡

右五乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以
至五乘

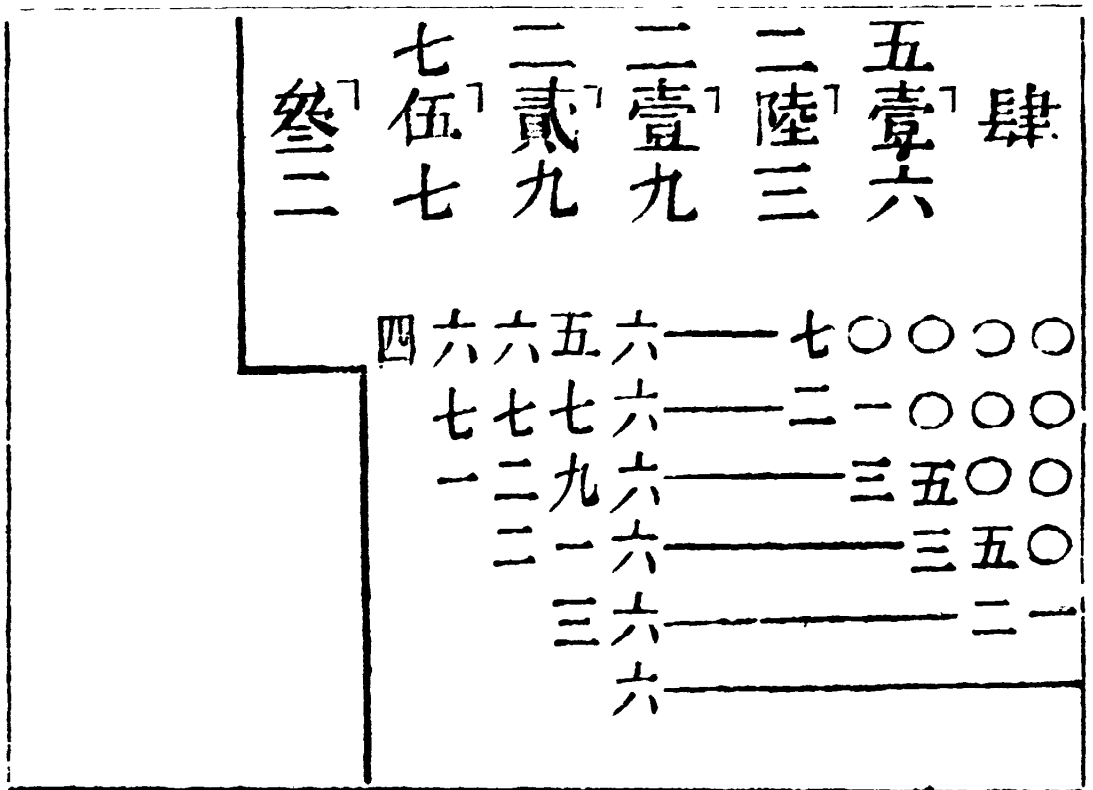
六乘方

假如列實三萬五千二百一十六億一千四百六十萬
六千二百〇八以六乘方開之每原六爲初商除實二
萬七千九百九十三億六千萬餘實七千二百二十二
億五千四百六十萬六千二百〇八數以求廉法凡六



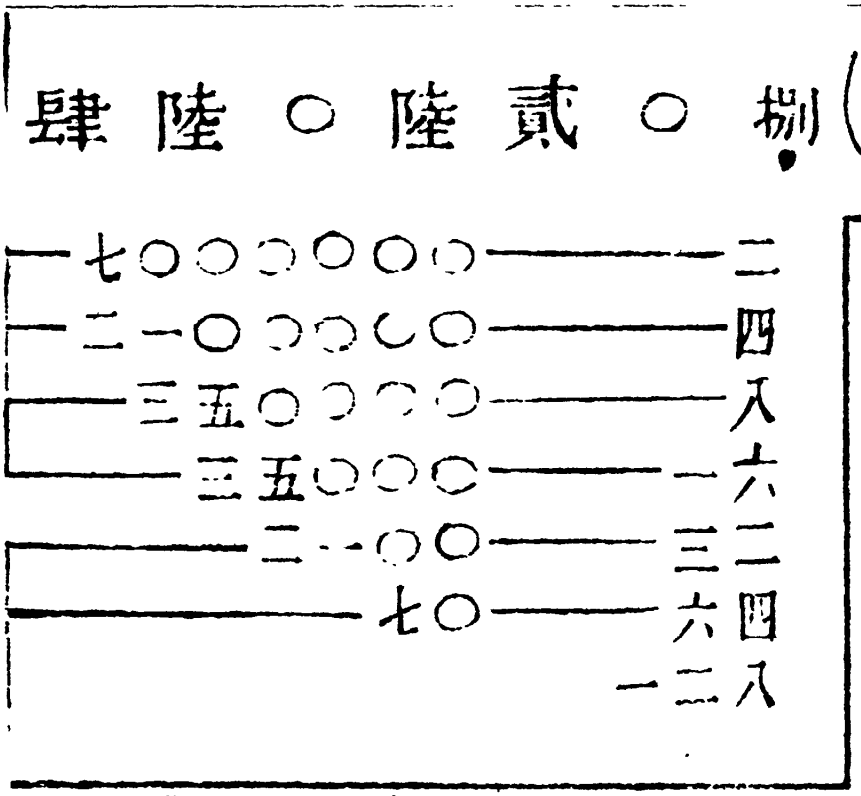
乘方通率疊用六位爲七十爲二千一百爲三萬五千爲三十五萬爲二百一十萬爲七百萬中列而以方法六對尾位七列之又自乘再乘三乘四乘五乘自下而上皆列其左

[初乘]首位左乘得數三千二百六十五億九千二百



萬以較餘積約得二之一以二爲廉法對首位七百萬列之亦自乘再乘三乘四乘五乘對列于右又以六乘得一二八爲隅法系下而以首位二數乘左乘所得之數共得六千五百三十一億八千四百萬

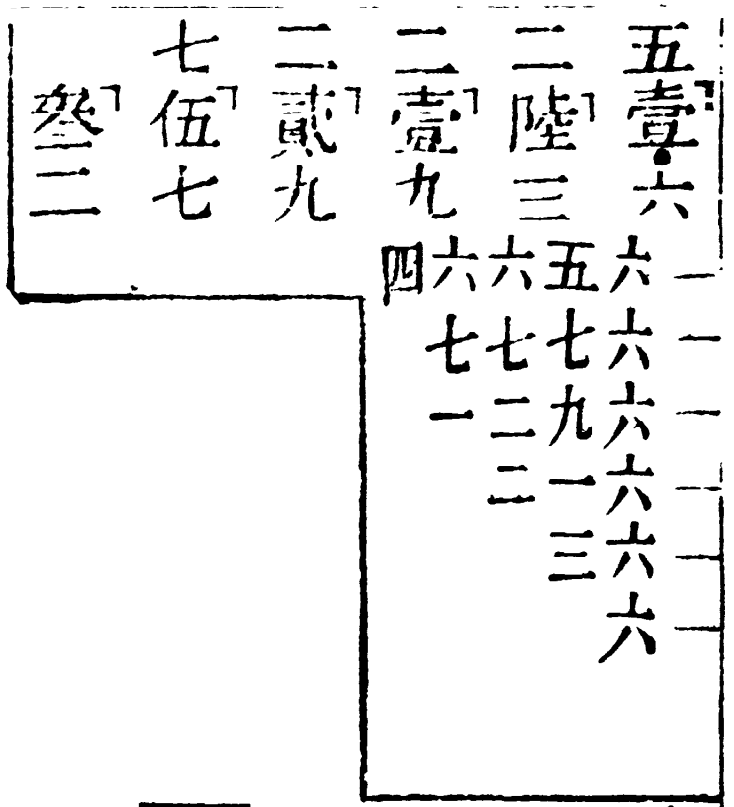
次乘次位左乘得一百六



十三億二千九百六十萬以右四乘之得六百五十三億一千八百四十萬

三乘　三位左乘得四億五千三百六十萬以右八乘之得三十六億二千八百八十萬

四乘　四位左乘得七百五十六萬以右六乘之得一



億二千〇九十六萬

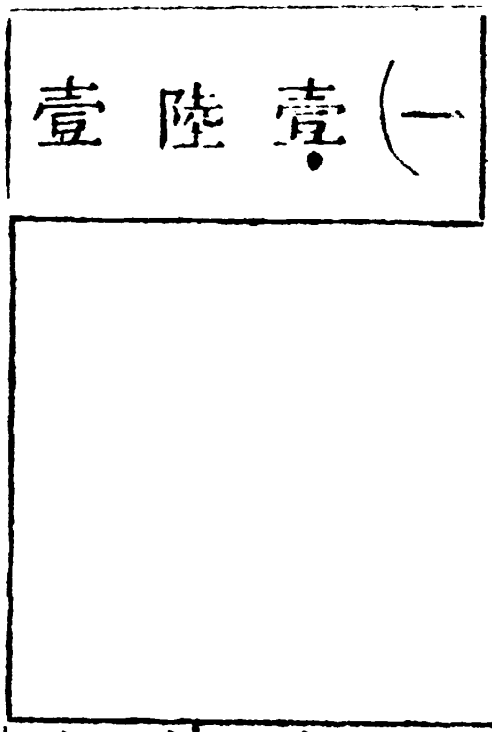
五乘 五位左乘得七萬五
千六百以右三乘之得二
百四十一萬九千二百

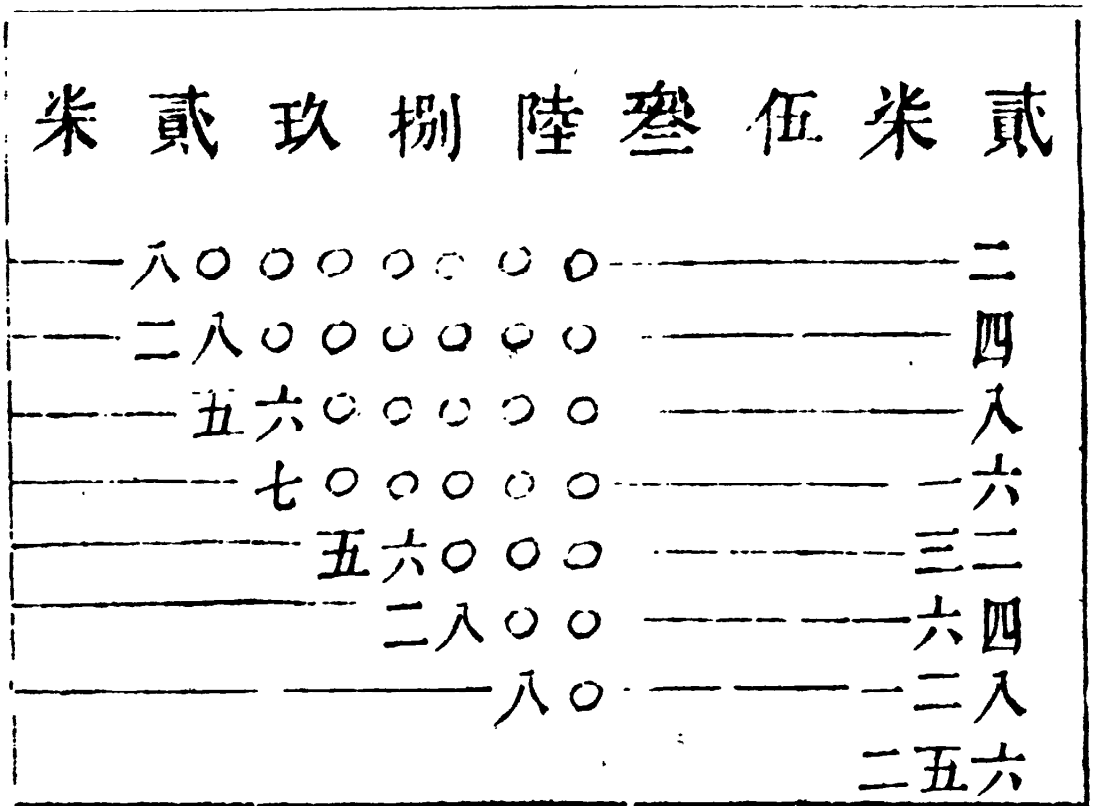
六乘 六位左乘得四百二
十以右四乘之得二萬六
千八百八十併上六乘之
積又併隅法一百二十八
恰盡

右六乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以至六乘

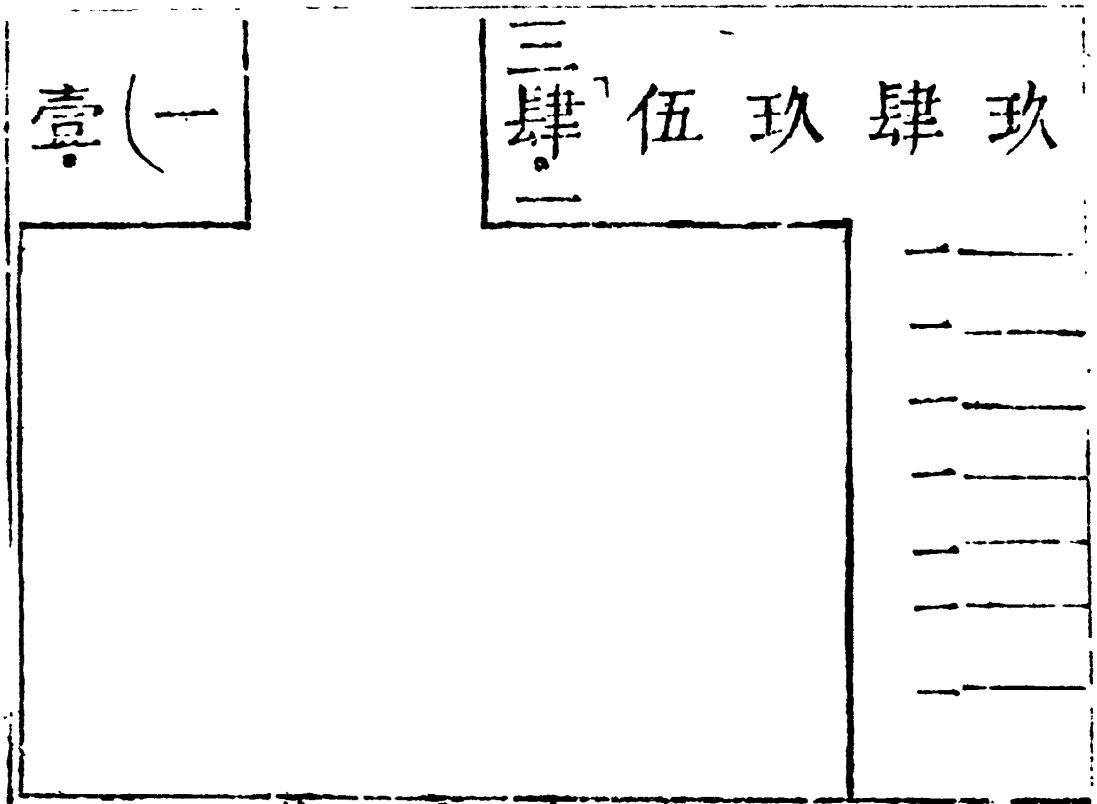
七乘方

假如列實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八億六千三百五十七萬二千一百六十一數以七乘方開之首位四其原一以一爲方法餘實三兆五千九百四十九萬七千二百九十八億共



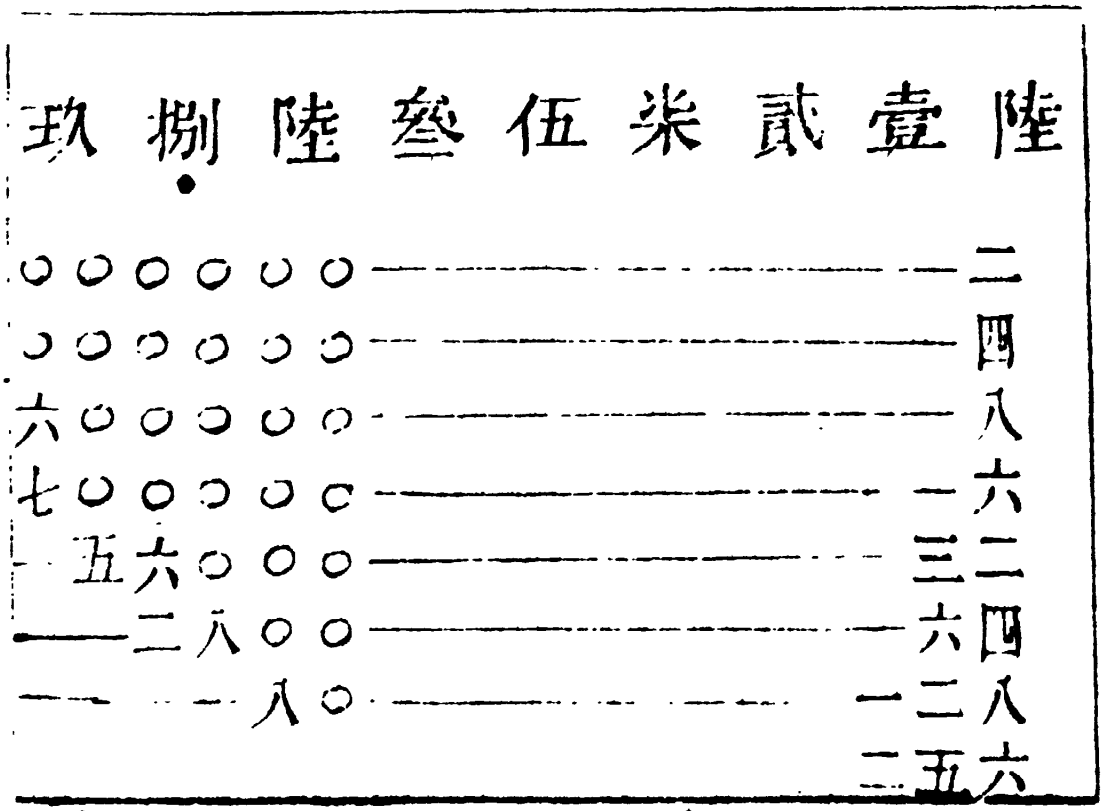


求一廉法因方法一數無乘當併下位以較餘實而惟首次兩數同位爲大數其餘小數不足爲多實且從省只併首次兩位開之若不相併者以首率入千萬較餘實試用四爲廉法乘之似可除然次率八乘即浮原數矣試減用三亦浮原數見後註此二數併得一億〇八百萬以較餘實約可



用三數然緣次乘之六以乘中列之第二位其數反浮初以三乘中首位因可除至次乘六以乘次位得一億六千八百萬併初乘共四億有奇反浮餘實當減用二爲廉法自乘再乘至七乘依式列右凡乘數多于原數者減法倣此

初乘以廉二乘八千萬得一億六千萬

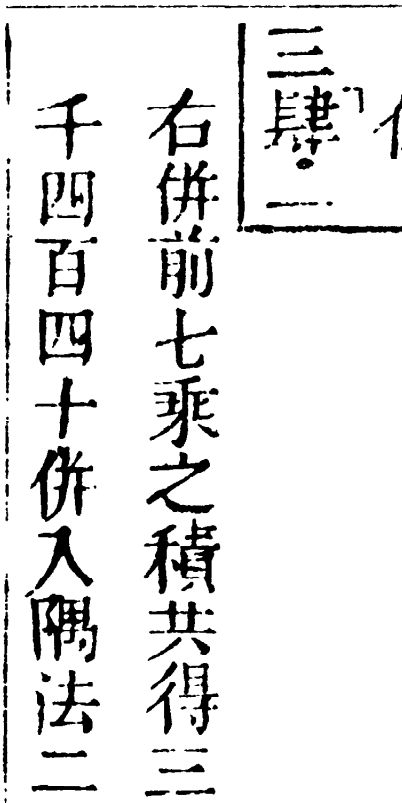


再乘以廉再乘數四乘二千八百萬得一億一千二百萬三乘以廉三乘數八乘五百六十萬得四千四百八十萬

四乘以廉四乘數六乘十萬得一千一百二十萬

五乘以廉五乘數二乘萬六千得一百七十九萬

貳米玖玖肆玖伍伍肆



二千
六乘以廉六乘數四乘二
千八百得一十七萬九千
二百
七乘以廉七乘數八乘八
十得一萬〇二百四十

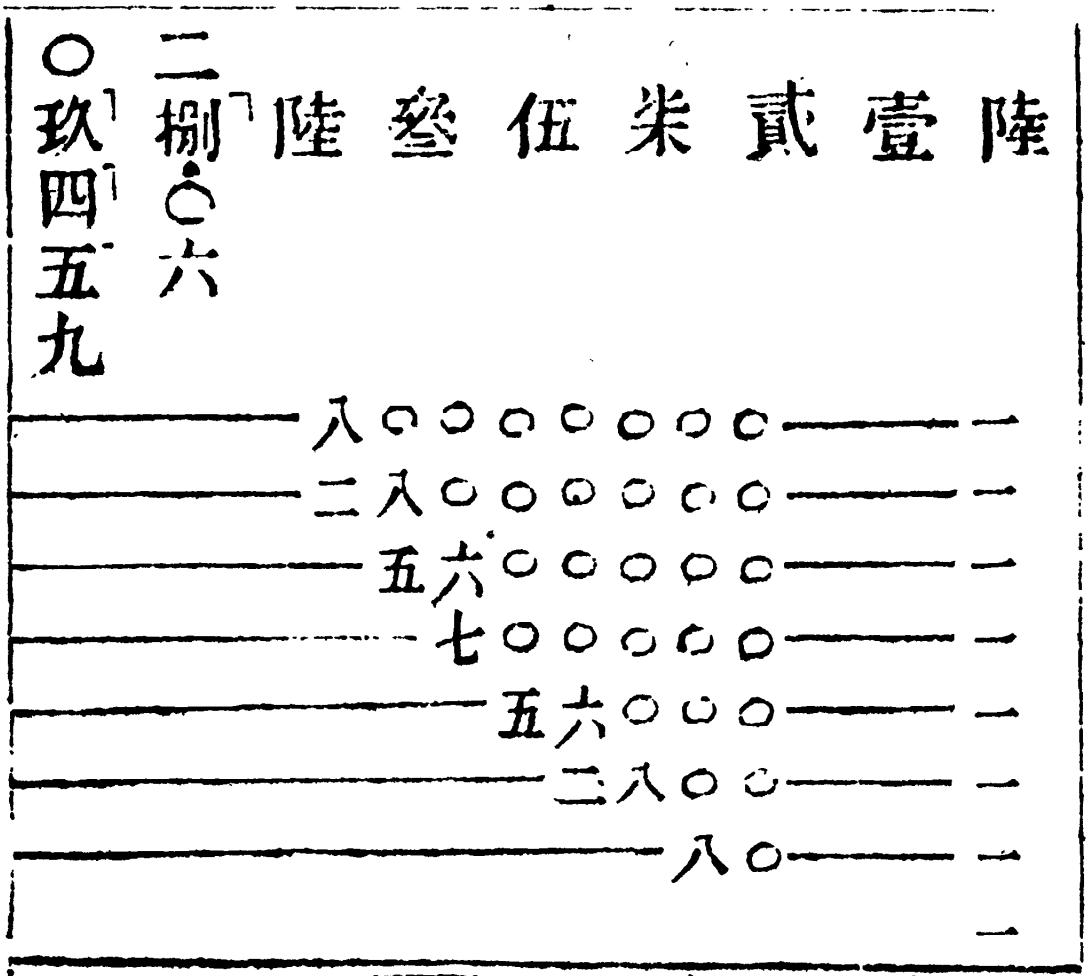
右併前七乘之積共得三億二千九百九十八萬一千四百四十併入隅法二百五十六以除餘積尚剩

二千九百五十一萬五千六百二億六千三百五十七萬二千一百六十一數再商自首至尾共以一段開之

乃併廉法入方法共一十二爲三商之數以對尾位○入列于左以自乘再乘三乘四乘五乘六乘悉自下而上對列

二
一
壹

初乘首位左乘得二千八百六十六萬五千四百四十六億四千萬以較餘積



只可一乃以一爲廉法乘無可乘故自乘至七乘皆只一照式列右其對中末位之下仍系一爲隅法

再乘 次位左乘得八十三萬六千〇七十五億五千二百萬

三乘 三位左乘得一

六貳四二六　萬三千九百三十四
五米一　億五千九百二十萬
一玖八　四乘四位左乘得一
五肆九　百四十五億一千五
玖九　百二十萬
二伍二　五乘五位左乘得九
叁三　千六百七十六萬八
千
六乘六位左乘得四

十萬三千二百
七乘尾位左乘得九
百六十併七乘之積
增入隅法之一恰盡

右七乘開方若欲還原則以一百二十二數自乘再乘以至七乘

以上開方則例共七乘衍至十乘百乘亦復如是妙在等原變在通率熟玩自得難以備述

若夫等原之法固與還原不同還原者依本乘之數以

還實積耳每原者用前列乘圖以每下手方法凡每原惟平方最易以每段只二位也次則立方亦易以每段只三位也三乘則四位爲一段每原難矣自是而上位置愈多每原愈難矣然而即平方可求立方之原兼平方立方可以求多乘之原若三乘方者以平方法開之得數又以平方法開之得數即原矣若五乘方者先以平方開之得數乃以立方開之或先以立方開之得數乃以平方開之即原矣若六乘方者作四乘方開二次即得其原若七乘方者作開平方三次即得其原若八

乘方者作立方二次即得其原若九乘方者先以平方開一次又以四乘方開之或先以四乘方開一次又以平方開之即得其原若十乘方者作四乘開方三次亦得其原錯綜變化總由自然進退開闔具有定法孰謂開方諸乘迂遠難冀者乎神而明之從積正負帶減加翻巧由心造妙以熟生智者于斯蓋不啻思過半也

奇零諸乘開方法第十八

凡開方諸法不惟全數可開即奇零之數亦各有法大都皆以等原爲第一義有母數子數俱有原數可用者

如平方 九之四 則以三之二爲原以三自乘得九以二自乘得四也如再乘立方 二七之八 亦以三之二爲原以三自乘得九再乘得二七以二自乘得四再乘得八也又如三乘方 八一之六四 以三之二爲原謂三再乘得二七三乘得八一謂二再乘得八三乘得一六也如五乘方者 七二九之六四 以三之二爲原謂三數以五乘則得二七九二數以五乘則得六四也有二數並列子母不同而亦有原數可用者如 四之二 與 九之八 並列依對乘法兩母乘得三十六兩子乘得一十六是爲 三六之一六 其平方之原爲九之四以

四九三十六與夫四四一十六用四爲鈕數者也有以全數帶奇數而亦有原可約者如有全數二又七之二〇依化法乃七之二四約其立方之原爲三之四以三再乘爲七二四再乘爲四六歸其整數即一零三之一也凡有原可約則可開無原可約則不可開必命分之母與得分之子各有原則可開若一有原一無原則不可開約原之術數之多者約之以至于寡如五之四〇必約之爲九之四其開平方之原即三之二也如一之四必約之爲七二之八其立方之原亦三之二也他如九之六者九

有原六無原不可開矣又如 三○之二 者命分數與得分數俱無原不可開矣然則終不可開乎又非也數窮則變變則通雖無原有數之最相近者可借之以爲原吾以本數析之又析而相近之原可得也析之之法多取進位平方或析一爲十爲百立方或析一爲千數彌多者求彌密其原亦彌近也彌近之數或稍多于所求或稍約于所求然而皆可以爲原者也

假如以 五 數爲開平方是爲無原而任借一○爲一○○之原以自乘得一百以五乘得五○○雖一○不爲五○○之原乃其原

之最近者有兩數其一爲四八以二爲原二十二自乘得四百八十四以二爲原二十三自乘得五百二十九此近而朒者其一爲九以三爲原二十三自乘得五百二十九此近而盈者何也試以所借一〇爲命分之毋以二爲得分之子以一〇之二二自乘此係整二零一〇之二得一〇〇之四四內除四百爲四整數而八爲一〇〇之四四夫四零一〇〇之四四以視二零一〇之二猶五百與二之比例也試以所借一〇爲毋以三爲子以一〇之三二自乘此係整二零一〇之三得一〇〇之九五內除五百爲五整數而九爲一〇〇之九夫五零一〇〇之九以視二零一〇之三猶五百與三之比例也故一〇可以爲五借也

假如以九數爲開立方亦爲無原而任借一〇爲一〇〇〇之原以自乘再乘故以九乘得九〇〇雖九千不以一十爲原而其近原者亦有兩數一爲八〇〇以二〇爲原自乘再乘此近而朒者一爲九二六一以二爲原自乘再乘此近而盈者則何也試以一〇爲母一〇之二〇係整二數以自乘再乘卽得一〇之八試以一〇爲母一〇之二一係整二數零一〇之一以自乘再乘卽得九零一〇〇〇之六一也二化二十併入一仍二十一自乘得四百四十一再乘得九千二百六十一以母一十自乘得一百再乘得一千整九千歸元得整九餘爲一千之二六一故一可以爲九借也

假如列實〇以四乘方開之爲無原任借一數爲一〇以自乘至四乘得一十萬以四〇乘之得四百萬用前法推衍其原之近者有兩數其一爲〇二其一爲二何也以一〇爲二〇之母此一〇之二〇係整二數以二自乘再乘三乘四爲一〇之二三以視〇四其近而朐者以一〇爲二之母此一〇之二係整二數零一〇之一以二零一〇之一自乘再乘化整數併子法如前母四乘得一十萬子自乘再乘得九千二百六十一三乘四乘得整四十零一十萬之八萬四千一百〇一二十一以三乘得二十九萬四千四百八十一以四乘得四百〇八萬四千一百〇一內以四百萬還元得整四十數其零爲八四二〇一以

視四十其近而盈者故一可以爲四○借也以上三論姑借一○見例若進至百千萬數其數彌多其析愈精則原愈近矣

同文算指通編卷八終

王雲五主編

萬有文庫第一集

同文算指通編

二冊

中華民國二十五年十二月初版

講授者 利瑪竇
演述者 李之藻
發行人 王雲五 上海河南路
印刷所 商務印書館 上海河南路
發行所 商務印書館 上海及各埠

D六一〇二